на // Математическое моделирование, компьютерная оптимизация технологий, параметров оборудования и систем управления: Межвуз. сб. науч. тр. / под ред. В.С. Петровского; ГОУ ВПО «ВГЛТА». – Воронеж, 2009. – Вып. 14. – С. 71–73.

УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ЯВЛЕНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ДЛЯ ПРОИЗВОДНЫХ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПАРАМЕТРОМ

Зюкин П.Н., Сапронов И.В., Зенина В.В.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: pzukin@mail.ru

Рассматривается задача Коши

$$(x+\varepsilon)\frac{dy_\varepsilon}{dx}+\lambda y_\varepsilon = f(x), \qquad (1)$$

$$y_\varepsilon(0)=\psi(\varepsilon), \qquad (2)$$

где $x\in[0,\ 1]$, $\varepsilon\in(0,\ \varepsilon_0]$; 1 – комплексное число; $f(x)$ – гладкая (то есть бесконечно дифференцируемая на отрезке [0, 1]) функция, значениями которой являются комплексные числа. При каждом *e* ($\varepsilon\in$ (0, ε_0]) решение задачи (1), (2) будем обозначать $y_\varepsilon(x)$. Дифференциальное уравнение, в которое переходит уравнение (1) при $\varepsilon=0$, обозначим (3). Пусть $y(x)$ – гладкое решение уравнения (3), *k* – наименьшее из натуральных чисел *n* таких, что $-n<\operatorname{Re}\lambda$.

Известно, что если $\operatorname{Re}\lambda=b\le 0$, то для функций $y_\varepsilon(x)$ явление пограничного слоя по отношению к $y(x)$ в точке $x=0$ при $\varepsilon\to 0$ отсутствует, для функций $y_\varepsilon^{(j)}(x)$ (*j* – натуральное число, $1\le j\le k-1$) в случае $k>1$ явление пограничного слоя по отношению к $y^{(j)}(x)$ в точке $x=0$ при $\varepsilon\to 0$ отсутствует.

Теорема 1. Пусть в дифференциальном уравнении (1) 1 не является целым числом и $\operatorname{Re}\lambda=b\le 0$, *m* – натуральное число, $m\ge k$. Тогда для функций $y_\varepsilon^{(m)}(x)$ явление пограничного слоя по отношению к $y^{(m)}(x)$ в точке $x=0$ при $\varepsilon\to 0$ имеет место в том и только том случае, если

$$\psi(\varepsilon)=\sum_{j=0}^{m}(-1)^{m-j}\varepsilon^{m-j}\left(\prod_{i=j}^{m}(\lambda+m-i)\right)^{-1}f^{(m-j)}(0)+\varepsilon^m\gamma(\varepsilon),$$

где $\varepsilon^{m+b}\gamma(\varepsilon)\to 0$ и $\gamma(\varepsilon)$ не стремится к 0 при $\varepsilon\to 0$.

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ РАБОТУ ЭЛЕКТРОСЕТИ

Раецкая Е.В., Зенина В.В., Спирина Н.М.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail:raetskaya@inbox.ru

Электрическая сеть, описываемая уравнениями Кирхгофа, специальной заменой переменных сводятся к дескрипторной системе

$$A\frac{d\,x(t)}{dt}=B\,x(t)+Du(t)+Cf(t). \qquad (1)$$

Здесь $x(t)\in R^n$ – функция состояния, $u(t)\in R^k$ – управление, известная (измеряемая) функция $f(t)\in R^n$ задает входные и выходные параметры системы, *A, B, D, C* – соответствующие матричные коэффициенты, $t\in[0,T]$, *T* – конечно или бесконечно.

Строится управляющая функция, которая обеспечивает на выходе изначально заданный результат. Исследование ведется методом каскадного расщепления исходного пространства и перехода к системам в подпространствах [1–3].

Приводится четкий алгоритм и блок-схема поэтапного построения управления. Приведены структурные схемы расщеплений пространств. Получена формула для построения функции состояния.

Список литературы

1. Raetskaya E.V. A Study of the Rigidity of Descriptor Dynamical System in a Banach Space / S.P. Zubova, E.V. Raetskaya // Journal of Mathematical Sciences, New York. – 2015. Vol. 208, № 1, – P. 179–185.

2. Раецкая Е.В. Построение управления для получения заданного выхода в системе наблюдения / Е.В. Раецкая, С.П. Зубова // Вестник тамбовского университета. – Тамбов. Том 20, вып. 5, 2015. – С. 1400–1404.

3. Зубова С.П. О полиномиальных решениях линейной системы управления/ С.П. Зубова, Е.В. Раецкая, Ле Хай Чунг// Автоматика и телемеханика. – № 11. – 2008. – С.41–47.

О НЕКОТОРЫХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА I РОДА

Сапронов И.В., Зенина В.В., Зюкин П.Н.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: 585386@mail.ru

Введем семейство банаховых пространств $M_{q,\gamma}^{k,\alpha}$, $q\ge 1$:

$$M_{q,\gamma}^{k,\alpha}=\left\{\varphi(x):\varphi^{(i)}(x)=x^{\alpha-qi}e^{\gamma\int_x^\delta \frac{dt}{t^q}}\omega_i(x),\right.$$

$$\left.\omega_i(x)\in Q([0,\delta],E);\|\varphi\|_{M_{q,\gamma}^{k,\alpha}}=\max_{0\le i\le k}\|\omega_i\|_{Q([0,\delta],E)}\right\}.$$

Рассматривается интегральное уравнение Вольтерра I рода вида

$$\int_0^x K(x,t)u(t)dt=0,\ (0\le x\le\delta). \qquad (1)$$

в $M_{4,\nu}^{0,-12}$, где *K*(*x*,*t*) – заданная функция со значениями в *L*(*E*), имеющая вид

$$K(x,t)=\left[-4C_0x^7t+5C_0x^8\right]+\left[C_1x^5-C_1x^4t\right]+$$
$$+\left[\frac{1}{2}C_2t^2-C_2xt+\frac{1}{2}C_2x^2\right], \qquad (2)$$

где операторы C_0, C_1, C_2 являются ограниченными в *E*.

Введем в рассмотрение операторный пучок

$$B_\nu = -\nu C_0 + C_1 - \frac{1}{\nu} C_2 . \qquad (3)$$

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

1) пучок (3) имеет характеристическое число ν $(\nu < 0)$;

2) характеристическому числу ν соответствует собственный вектор e и присоединенный вектор e_1.

Тогда для уравнения (1) существует решение вида

$$u(x) = \left[\frac{1}{x^4} e^{\nu \int_x^\delta \frac{dt}{t^4}} e_1 + \frac{1}{x^4} e^{\nu \int_x^\delta \frac{dt}{t^4}} \int_x^\delta \frac{dt}{t^4} e \right]^{(2)} .$$

При сделанных предположениях решение задачи (1) – (2) имеет вид

$$u(x) = \sum_{j=1}^{n} (Y(f_j(x)) + Zg(x) .$$

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ

Спирина Н.М., Сапронов И.В., Веневитина С.С.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: nadspi@yandex.ru

Рассмотрим задачу Коши:

$$y^{(n)}(x) = \sum_{i=1}^{n} A_s y^{(n-i)}(x) + g(x) ; \qquad (1)$$

$$y^{(m-1)}(x) = f_m \in E, m = 1,...n, \qquad (2)$$

где $y(x)$ – функции в локально выпуклом пространстве $E, g(x)$ – голоморфная в точке $x = 0$ функция со значениями в E, A – попарно коммутирующие линейные непрерывные операторы в E.

Введем обозначения:

N_0 – неотрицательные целые числа;

$$k \in N_0, \;\; A^k = A_1^{K_1} ... A_n^{K_n}, \;\; A_0 f_j = -f_j ,$$

$$|k| = k_1 + ... + k_n ; \;\; \langle k \rangle = k_1 + 2k_2 + ... + nk_n ,$$

$$k! = k_1 ! ... k_n ! ,$$

J – интегральный оператор, $Jg(x) = \int_0^x g(t)dt.$

Будем полагать, что абсолютно в $(E, \sigma(E, E^{'}))$ и равномерно по x в некоторой окрестности нуля

$$y(f_j(x)) = -\sum_{i=j}^{n} \sum_{k \in N_0^n} \frac{|k|! x^{\langle k \rangle + i - 1}}{k!(\langle k \rangle + i - 1)!} A^k A_{i-j} f_j , j = 1,...,n ;$$

$$Zg(x) = \sum_{k \in N_0^n} \frac{|k|!}{k!} J^{\langle n \rangle + n} A^k g(x).$$

О НЕКОТОРОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ КОНЕЧНОМЕРНОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ

Фурменко А.И., Веневитина С.С., Спирина Н.М.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: furmenko@mail.ru

Рассмотрим m-мерную алгебру Ли g. Пусть $x_1, \; x_2 \; , x_3 \; ..., x_m$ – базис алгебры g, коммутационные соотношения имеют вид

$$\left[x_i \; , \; x_j \right] = c_{ij}^k \cdot x_k ,$$

где c_{ij}^k – структурные константы g.

Определим конечномерные алгебры Ли, допускающие умножение своих базисных элементов на числа вида ε^p (ε>0, p – целое, положительное число) без изменения своих структурных констант.

Рассмотрим линейное преобразование T_e алгебры g, имеющее в базисе $x_1, \; x_2 \; , x_3 \; ..., x_m$, матрицу вида

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon^{p_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \varepsilon^{p_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \varepsilon^{p_m} \end{pmatrix},$$

где $e > 0$, $p_i \geq 0$, $p_1 \geq p_2 \geq ... \geq p_m$. (1)

Алгебру g назовем алгеброй, допускающей преобразование, если существует такое T_e вида (1), что

$$\left[T_\varepsilon x_i , \; T_\varepsilon x_j \right] = c_{ij}^k \cdot (T_\varepsilon x_k) ,$$

где c_{ij}^k – структурные константы g.

Можно показать, что если алгебра допускает e – преобразование, то должны выполняться условия

$$\varepsilon^{p_i + p_j - p_k} \cdot c_{ij}^k = c_{ij}^k$$

для всех $i, \; j, \; k = 1,...,m$.

Эти соотношения и определяют условия, связывающие числа p_k и c_{ij}^k.

Теорема. Если алгебра Ли допускает e-преобразование $(p_i > 0, \;\; i = 1,2,...m)$, то g – разрешимая алгебра Ли.

Список литературы

1. Джекобсон Н. Алгебры Ли. – М.: Мир, 1964.