340

УДК 622

TECHNICAL SCIENCES

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОЯСКА НА ДЕФОРМАЦИЮ РОТОРА ГИРОСКОПА В СЛУЧАЕ ЕГО ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ВРАЩЕНИЯ

¹Карипбаев С.Ж., ²Аринов Е.

¹АО «Академия гражданской авиации», Алматы, e-mail: arinov91@mail.ru; ²АО «Жезказганский университет им. О.А. Байконурова», Жезказган

В данной работе изучается движение вокруг центра масс неоднородного шарового ротора электростатического гироскопа, взвешенного внутри вакуумированной полости. Неравенство моментов инерции обеспечивается за счет узкого кольцевого пояска в экваториальной области ротора, изготовленного из материала с более высокой плотностью. Для количественной оценки влияния пояска на деформацию ротора в случае его осесимметричного вращения, определяется уравнение радиальной деформации поверхности ротора без учета **и** с учетом кольцевого пояска. Определяется отношение амплитудных значений найденных деформации для реального ротора гироскопа.

Ключевые слова: шаровой ротор, электростатический гироскоп, момент инерции, неконтактный подвес, деформация, вызванная центробежными силами

INFLUENCE GIRDLE ON THE DEFORMATION OF THE GYROSCOPE ROTOR IN CASE OF AXISYMMETRIC ROTATION

¹Karipbayev S.G., ²Arinov E.

¹JS «Civil Aviation Academy», Almaty, e-mail: arinov91@mail.ru; ²JS «Zhezkazgan university named after O.A. Baykonurov», Zhezkazgan

In this paper we study the motion around the center of mass of the ball uniform electrostatic gyro rotor, weighted inside a vacuum chamber. The equality of the moments of inertia is provided by a narrow annular zone in the equatorial region of the rotor made of a material with a high density. To quantify the effect on the deformation of the collar of the rotor in the event of an axially symmetric rotation is determined by the equation of radial deformation of the rotor surface without taking into account the ring belt. Determined by the ratio of amplitude values found for real strain gyroscope rotor.

Keywords: ball rotor electrostatic gyroscope, inertia, proximity suspension, deformation

Электростатический гироскоп (ЭСГ) с шаровым ротором представляет собой трех степенной свободный гироскоп, который благодаря наличию регулятора поддерживающей силы можно также использовать в качестве ньютонометра для измерения ускорений движущихся объектов [1].

Основным достоинством неконтактного подвеса ротора является практическое полное отсутствие сил трения при его вращении. Это открывает принципиальную возможность повышения точности гироскопических приборов. Существенным преимуществом ЭГС является возможность его использования при неограниченных углах поворота летательного аппарата вокруг центра тяжести без каких либо дополнительных устройств типа карданова подвеса. В этом случае корпус гироскопа устанавливается на движущемся объекте, совершающем произвольное движение [1–3].

Активные исследования навигационных датчиков с электростатическими подвесами ведутся в США (Honeywell, Stanford University), Франции (Sagem), Китае (Tsinghua Jiaotong Universities) и в России (ЦНИИ Электроприбор, МИЭА, РПКБ, Институт прикладной механики) [4].

В работах [5] проводится анализ проблем создания гироскопа с электрическим подвесом. Даются рекомендации по выбору материала. Проводятся данные о величинах деформации ротора при действии центробежных сил.

ЭСГ имеет ряд преимуществ по сравнению с другими датчиками ИНС: высокая точность (до 10⁻¹⁰I/с), длительная безотказная работа на выбеге ротора (до нескольких лет), малое энергопотребление¹ (до нескольких ватт), небольшие габариты и масса. ЭСГ мало подвержен износу, вследствие чего надежность прибора в основном определяется надежностью и сроком службы электронных элементов. Опыт эксплуатации ЭСГ на морских объектах подтвердил высокую точность и достаточную надежность корабельных ИНС на ЭСГ [6].

Использование ЭСГ на космических аппаратах привлекательно по той причине, что в условиях космоса легче поддерживать необходимую степень вакуума в гироскопе, решать задачу поддержании ротора во взвешенном состоянии, снизить энер-

INTERNATIONAL JOURNAL OF APPLIED AND FUNDAMENTAL RESEARCH № 8, 2016 гопотребление системы. Вместе с тем, использование ЭСГ в условиях космического пространства требует решении комплекса новых задач, как в области теории, так и в области высоких технологий.

Технологические проблемы обработки поверхности ротора с точностью до 0.1 мкм оказывается весьма сложными и требуют создания специального оборудование[5]. В силу того, что первая гармоника формы ротора описывает его дисбаланс, то далее термин не сферичность ротора будет рассматриваться в обобщенном смысле и включать в себя и понятие несбалансированности ротора.

Ротор обрабатывается таким, чтобы после раскрутки до номинальной угловой скорости он в результате деформаций под действием центробежных сил принял форму сферы.

Поддержание вакуума внутри камеры до величины 1,3*10⁻⁶Па осуществляется ионно-геттерным насосом. Разгон ротора и демпфирование его нутационных колебаний, возникающих во время первоначальной раскрутки ротора, производится специальными катушками, которые после достижения ротором номинальной скорости отличаются на все время функционирования прибора.

Рабочая (номинальная) скорость вращения роторов в созданных образцах гироскопов составляет 12, 30, 60, 150, 180 тыс. об/ мин. [45, 47]. Средняя величина зазора между ротором и электродами выбирается в пределах (3-40)*10-6м. Не сферичность внутренней поверхности полости не превышает (1-5)*10⁻⁷м. [46]. Диаметр ротора колеблется в диапазоне (30-70)*10⁻⁹м. для обеспечения вращения вокруг определенной оси и улучшения характеристик начальной выставки, ротор имеет в экваториальной области узкое утолщение, изготовленное из материала с боле высокой плотностью. Материал ротора выбирается с учетом способности сохранять форму, иметь достаточную упругость и малый удельный вес. Таким требованием лучше других материалов удовлетворяет бериллий (удельный вес 1,85*10³ кг/м³) и алюминий (удельный вес 2,7*10³ кг/м³).

При наличии не сферичности поверхности ротора возможно появление уходов изза не сферичности электродов, смещений центра масс ротора в подвесе, возникающих при перегрузках и вибрациях основания и при отсутствии нулевого электрода, заполняющим междуэлектродное пространство подвеса и т.д. [7, 8].

Деформации ротора ЭСГ, вызванные центробежными силами после его раскрутки до номинальной скорости, могут приводить при перегрузках в 1 g к весьма большим возмущающим моментам и уходом ЭСГ до десятых долей градуса в час и более. В работе [5] рассматривается ротор ЭСГ, предназначенного для БИНС. Ротор выполнен в виде сферической оболочки с кольцевым утолщением в экваториальной плоскости. Уходы такого ротора в ЭСГ с шести электродным подвесом при произвольных положения оси вращения относительно электродов подвеса могут доходить до 2 градусов в час, если не проводить дополнительной обработки поверхности ротора, придавая ему специальную форму с тем, чтобы после раскрутки поверхность ротора становилась сферической (предварительная «асферизация ротора»). Заметим, что в шести электродном подвесе основной вклад в уход ЭСГ вносят четвертая и в меньшей степени восьмая «гармоники» разложения поверхности ротора в ряд по полиномам Лежандра. В задаче, исследованной в [9], уводящие моменты при учете только второй гармоники имеют величину 0.20 градусов в час, при учете второй и четвертой гармоник – 1,5 градусов в час, при учете всех слагаемых до восьмой гармоники включительно – 1,6 градусов в час, учет последующих членов ряда может привести к уходам до 2 градусов в час.

Основная часть. Рассмотрим ротор электростатического гироскопа, в экваториальной области которого находится поясок, имеющий плотность, отличную от плотности шара. Предложим, что магнитное поле внутри кожуха отсутствует, вакуум идеальный и сам кожух гироскопа неподвижен. Центральный эллипсоид инерции ротора есть эллипсоид вращения [5]. Неравенство моментов инерции обеспечивается за счет узкого кольцевого пояска в экваториальной области ротора, изготовленного из материала с более высокой плотностью.

Тогда моменты инерции ротора относительно главных осей определяются формулами

$$I_{3} = \frac{8}{15} \pi R^{5} p \left(1 + \frac{15hp^{*}}{4Rp} \phi \right)$$
$$I_{1} = I_{2} = \frac{8}{15} \pi R^{5} p \left(1 + \frac{15hp^{*}}{8Rp} \phi \right)$$

где ρ^* — плотность материала пояска, *h*, ϕ — толщина и угол, определяющий размеры пояска.

Формулы (1) были получены в предположении, что угол ϕ мал. Для реальных конструкции ϕ составляет 10°÷20°. Из соотношения (1) получаем

$$h = \frac{8\theta pR}{15(1-2\theta)p\Phi}.$$

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЖУРНАЛ ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ № 8, 2016 Здесь

$$\theta = \left(\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_1\right) / \mathbf{I}_3. \tag{2}$$

Если взять бериллиевый ротор с титановым пояском (для титана плотность $\rho^* = 5.2 \text{ г/см}^3$) и угол $\phi = 15^\circ$, а $\vartheta = 0.1$ то для толщины титанового пояска имеем h = 0.1 R.

Рассмотрим деформированное состояние ротора без учета пояска.

Используя закон сохранения массы имеем,

$$\rho' d v' = \rho d v \tag{3}$$

где ρ', v' – плотность и объем ротора после деформации, ρ, v – до деформации; После деформации ротора получаем для элементарного объема dv' соотношение

$$dv' = dx_1 dx_2 \Delta dx_3 + dx_2 dx_3 \Delta dx_1 + dx_3 dx_1 \Delta dx_2 .$$
(4)

Здесь $\Delta dx_1, \Delta dx_2, \Delta dx_3$ — приращения линейных размеров элементарного объема dvпосле деформации вдоль осей х соответственно. Подставляя (4) в (3), после необходимых преобразований найдем

$$p' = \frac{p}{1 + \varepsilon_{kk}},$$

где

$$\varepsilon_{kk} = \frac{\Delta dx_1}{dx_1} + \frac{\Delta dx_2}{dx_2} + \frac{\Delta dx_3}{dx_3}$$

Момент инерции ротора относительно оси x_3 после его деформации определяется по формуле

$$I_{3} = \int_{v} \rho[\{x_{1} + u_{x_{1}}\}^{2} + (x_{2} + u_{x_{2}})^{2}] dv' =$$
$$= \int_{v} \rho(x_{1}^{2} + x_{2}^{2} + 2u_{x_{1}} + 2u_{x_{2}}x_{2}) dv.$$

Данное выражение получено при помощи соотношения (5) и преобразовано с учетом малости компонент вектора перемещений.

Переходим к сферической системе координат и после некоторых преобразований получим выражение для момента инерции

$$I_{3} = \rho R^{5} \int_{0}^{1} \left\{ \int_{0}^{2\pi} \left[\int_{0}^{2\pi} \left[r^{2} \sin^{2} \alpha + \frac{2r}{R} \left(u_{r} \sin^{2} \alpha + u_{\alpha} \sin \alpha \sin \alpha \right) \right] r^{2} \sin \alpha d\beta \right] d\alpha \right\} dr$$
(6)

$$I_{2} = \rho R^{5} \int_{0}^{1} \left\{ \int_{0}^{\pi} \left[\int_{0}^{2\pi} \left[r^{2} \sin^{2} \alpha \cos^{2} \beta + r^{2} \cos^{2} \alpha + \frac{2r}{R} \sin \alpha \cos \beta * (u_{r} \sin \alpha \cos \beta + u_{\alpha} \cos \alpha \cos \beta - u_{\beta} \sin \beta) + \frac{2r}{R} \cos \alpha (u_{r} \cos \alpha - u_{\alpha} \sin \alpha) \right] r^{2} \sin \alpha d\beta \right] d\alpha \right\} dr$$
(7)

$$I_{1} = \rho R^{5} \int_{0}^{1} \left\{ \int_{0}^{\pi} \left[\int_{0}^{2\pi} \left[r^{2} \sin^{2} \alpha \sin^{2} \beta + r^{2} \cos^{2} \alpha + \frac{2r}{R} \sin \alpha \cos \beta * (u_{r} \sin \alpha \cos \beta + u_{r} \cos \alpha \sin \beta + u_{\beta} \cos \beta) + \frac{2r}{R} \cos \alpha (u_{r} \cos \alpha - u_{\alpha} \sin \alpha) \right] r^{2} \sin \alpha d\beta \right] d\alpha \right\} dr$$

При расчетах обычно используется разности моментов инерции, поэтому обозначая через $\Delta I_2 = I_3 - I_2$ $\Delta I_1 = I_3 - I_2$ получим

$$+\sin\alpha\cos\alpha)-u_{\beta}\sin\alpha\sin\beta\cos\beta]r^{3}\sin\alpha d\beta]d\alpha$$

В результате подстановки

$$u_{r} = \frac{\rho \omega^{2} R^{3}}{3G(7+5\mu)} \Big[(I+\mu)r^{3} - (3+2\mu)R^{2}r \Big] P_{2}(\alpha)$$

в последнее выражение (8) и после необходимых вычислений приходим к соотношению

$$\Delta I_2 \frac{4\pi \rho^2 R'}{525G} \{ [s_1(\mu) + s_2(\mu) \cos 2\nu t] \alpha^2 + s_3(\mu) b^2 \}$$
(9)

Для бериллиевого ротора радиусом R = 0.5 см, при ω = 3000 об/с, $\vartheta = \pi/2$, имеем $\Delta I_2 = 2.58 \times 10^{-6}$ г*см². Этот числовой результат был получен после осреднения последней формулы по времени. Разность моментов инерции $\Delta I_2^{(0)}$ до деформации этого ротора в реальных конструкциях имеет следующий порядок

 $\Delta I_2^{(0)} \simeq 0.1 I_3 = 9*10^{-3} \ r^* cm^2$. Сравнивая ΔI_2 и $\Delta I_2^{(0)}$, можно сделать вывод, что изменением момента инерции шара, обусловленного наличием деформации можно пренебречь. Вычисляя интеграл ΔI_1 можно убедиться, что $\Delta I_1 = \Delta I_2$.

Теперь вычислим моменты инерции пояска относительно осей координат *x*,

$$I_{3}^{(1)} = \rho^{*} h \frac{\int_{2}^{\pi-\alpha}}{\int_{2}^{2}} \left[\int_{0}^{2\pi} \{R^{2} \sin^{2} \alpha + 2R[u_{r}(R) \sin^{2} \alpha + u_{\alpha}(R) \sin \alpha \cos \alpha]\} R^{2} \sin \alpha d\beta d\alpha \right] d\alpha$$
$$I_{2}^{(1)} = \rho^{*} h \frac{\int_{2}^{\pi-\alpha}}{\int_{2}^{2}} \left[\int_{0}^{2\pi} \{R^{2} \sin^{2} \alpha \cos^{2} \beta + R^{2} \cos^{2} \alpha + 2R \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta + R^{2} \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}]u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}]u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}]u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}]u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}[u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*}]u_{r}(R) \sin \alpha \cos \beta^{*$$

 $+u_{\alpha}(R)\cos\alpha\cos\alpha - u_{\beta}(R)\sin\beta + 2R\cos\alpha \left[u_{r}(R)\cos\alpha - -u_{\alpha}(R)\sin\alpha\right] R^{2}\sin\alpha\beta\alpha d\alpha$ (10)

$$I_{2}^{(1)} = \rho^{*} h \int_{\frac{\pi+\alpha}{2}}^{\frac{\pi-\alpha}{2}} \int_{0}^{2\pi} \left\{ R^{2} \sin^{2} \alpha \sin^{2} \beta + R^{2} \cos^{2} \alpha + 2R \sin \alpha \sin \beta * [u_{r}(R) \sin \alpha \sin \beta + R^{2} \cos^{2} \alpha + 2R \sin \alpha \sin \beta + R^{2} \cos^{2} \alpha + 2R \sin \alpha \sin \beta + R^{2} \sin^{2} \alpha \sin^{2} \beta + R^{2} \cos^{2} \alpha + 2R \sin^{2} \alpha + 2R \sin^{2}$$

+ $u_{\alpha}(R)\cos\alpha\sin\beta + u_{\beta}(R)\cos\beta + 2R\cos\alpha[u_{r}(R)\cos\alpha - -u_{\alpha}(R)\sin\alpha]$ } R² sin αdβ]dα. Здесь

$$u_{r}(R) = \frac{\rho(2+\mu)R^{3}}{2G(7+5\mu)} \{ [a^{2}sin^{2}\alpha \cos^{2}(\beta-vt) + b^{2}cos^{2}\alpha + ab\sin 2\alpha \cos(\beta-vt)] - \omega^{2}/3 \};$$

$$u_{\alpha}(R) = \frac{\rho(2+\mu)R^{3}}{4G(7+5\mu)} \{ [a^{2}sin^{2}2\alpha \cos^{2}(\beta-vt) - b^{2}sin^{2}\alpha + ab\cos 2\alpha \cos(\beta-vt)] \};$$

$$u_{\beta}(R) = \frac{\rho(2+\mu)R^{3}}{4G(7+5\mu)} \{ [a^{2}sin 2\alpha sin 2(\beta-vt) + ab\sin 2\alpha sin (\beta-vt)] \}.$$

Введем обозначение $\Delta I_2^{(1)} = I_3^{(1)} - I_2^{(1)}$, и, воспользовавшись (10) для разности моментов инерции, имеем

$$I_2^{(1)} = \rho h R^3 \int_{\frac{\pi+\alpha}{2}}^{\frac{\pi-\alpha}{2}} \left[\int_{0}^{2\pi} \left\{ R \left(\sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \right) + 2 \left[u_r \left(R \right) \left(\sin^2 \alpha \sin^2 \beta - -\cos^2 \alpha \right) + \right] \right\} \right] \right]$$

 $+u_{\alpha}(R)(\cos\alpha\sin\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\alpha)+u_{\beta}(R)\sin\alpha\sin\beta\cos\beta]\sin\alpha d\beta]d\alpha.$ (11)

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЖУРНАЛ ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ № 8, 2016 Подставляя $u_r(R)$, $u_{\alpha}(R)$ и $u_{\beta}(R)$ в последнее выражение (11) и интегрируя по углам α и β , окончательно получим

$$\begin{split} \Delta I_{2}^{(1)} &= 2\rho^{*}hR^{4}\pi\sin\phi^{*}\cos^{2}\phi^{*} - \frac{\rho^{*}\rho hR^{6}\left(2+\mu\right)\pi}{2G\left(7+5\mu\right)15} \Big[a^{2}\left\{f_{1}\left(\phi\right)+\cos 2\nu t\,f_{2}\left(\phi\right)\right\} + b^{2}f_{3}\left(\phi\right)\Big]_{.}(12) \\ 3 \text{десь } \phi^{*} &= \frac{\Phi}{2} , \\ f_{1}\left(\phi\right) &= 12\sin\phi^{*}+3\cos^{5}\phi^{*}\sin\phi^{*}-4\sin^{3}\phi^{*}-2\left(5\sin^{3}\phi^{*}-3\sin^{5}\phi^{*}\right) + \\ &\quad +6\left(5\cos^{3}\phi^{*}-3\cos^{5}\phi^{*}\right); \\ f_{2}\left(\phi\right) &= 0.5\Big[12\sin\phi^{*}+3\cos^{5}\phi^{*}\sin\phi^{*}-4\sin^{3}\phi^{*}\Big) - \\ &\quad -2\left(5\sin^{3}\phi^{*}--3\sin^{5}\phi^{*}\right) + 45/2\left(\phi^{*}+\cos\phi^{*}\sin\phi^{*}\left(1+\frac{2}{3}\cos^{5}\phi^{*}\right)\right)\Big]_{.} \\ f_{3}\left(\phi\right) &= 2\left[\left(5\sin^{3}\phi^{*}-3\cos^{5}\phi^{*}\right) - 6\left(5\cos^{3}\phi^{*}-3\cos^{5}\phi^{*}\right)\right]. \end{split}$$

Учитывая малость угла ϕ^* , в данных соотношения можно положить $\sin \phi^* \simeq \phi^*$, $\cos \phi^* = 1$ и ограничиться линейными слагаемыми по $\phi f_1(\phi) = 15 \phi^* + 12, f_2(\phi) = \frac{75\phi^*}{2}, f_3(\phi) = -24.$

Для числовой оценки влияния деформации на разность моментов инерции пояска вычислим $I_2^{(1)}$ по последней формуле (12) $\Delta I_2^{(1)}$, при рассмотренном выше случае

 $\Delta I_2^{(1)} = I_3^{(0)} - 1.21 \times 10^{-6} \, \mathrm{r} \times \mathrm{cm}^2.$

Порядок разности моментов инерции до деформации $\Delta I_2^{(0)} = 9*10^{-3} \ r^* cm^2$. Сравнивая $\Delta I_2^{(1)}$ и $\Delta I_2^{(0)}$, можно сделать вывод, что изменением момента инерции пояска, обусловленного наличием деформации можно пренебречь.

Влияние пояска на деформацию ротора оценим в случае его осесимметричного вращения. Пренебрегая изменением упругих характеристик в зоне прикрепления пояска, заменяем его влияние на ротор инерционной нагрузкой

$$\sigma_{rr}\Big|_{r=1} = \omega^2 R \rho^* h \sin^2 \alpha,$$

$$\sigma_{r\alpha}\Big|_{r=1} = \omega^2 R \rho^* h \sin \alpha \cos \alpha, \qquad (13)$$

$$(\pi - \phi)/2 \le \alpha \le (\pi + \phi)/2.$$

На остальной поверхности ротора напряжения равны нулю.

Разложим правые части (13) граничных условий в ряд по полиномам Лежандра

$$\sigma_{rr} \left|_{r=R} = \sum_{n=0}^{\infty} S_n P_n(\boldsymbol{\alpha}),$$

$$\sigma_{r\alpha} \left|_{r=R} = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \frac{dP_n(\boldsymbol{\alpha})}{d\boldsymbol{\alpha}}$$
(14)

Коэффициенты этих разложений определяются по формулам [56]

$$S_n = \frac{2n+1}{2} \int_{(\pi-\Phi)/2}^{(\pi+\Phi)/2} \omega^2 R \rho^* h \sin^2 \alpha P_n(\alpha) \sin \alpha \, d\alpha,$$
$$Q_n = \frac{2n+1}{2} \int_{(\pi-\Phi)/2}^{(\pi+\Phi)/2} \omega^2 R \rho^* h \sin \alpha \cos \alpha \, \frac{dP_n(\alpha)}{d\alpha} \sin \alpha \, d\alpha$$

Решение уравнений Ляме в осесимметричном случае известно и имеет вид

$$u_{r} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_{n} (n+1)(n-2+4\mu) n^{n+1} + B_{n} n n^{n-1} \right] P_{n}(\boldsymbol{x})$$
$$u_{\alpha} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_{n} (n+5-4\mu) n^{n+1} + B_{n} n^{n-1} \right] \frac{dP_{n}(\boldsymbol{x})}{d\alpha}$$
(15)

INTERNATIONAL JOURNAL OF APPLIED AND FUNDAMENTAL RESEARCH № 8, 2016
$$\sigma_{rr} = 2G \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n (n+1) (n^2 - n - 2 - 2\mu) R^n + B_n n (n-1) R^{n-2} \right] P_n(\alpha)$$

$$\sigma_{r\alpha} = 2G \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n (n^2 + 2n - 1 + 2\mu) R^n + B_n (n-1) R^{n-2} \right] \frac{dP_n(\alpha)}{d\alpha},$$

где постоянные интегрирования A, и B, находится при удовлетворении граничных условии (13).

$$A_{n}(n+1)(n^{2}-n-2-2\mu)R^{n} + B_{n}n(n-1)R^{n-2} = \frac{S_{n}}{2G}$$

$$A_{n}(n^{2}+2n-1+2\mu)R^{n} + B_{n}(n-1)R^{n-2} = \frac{S_{n}}{2G}$$
(16)

При *n* = 2 для коэффициентов разложения в ряд по полиномам Лежандра имеем

$$S_{2} = -\frac{1}{3} \omega^{2} \rho^{*} h R \left[-40 \sin^{3}\left(\frac{\Phi}{2}\right) + 18 \sin^{5}\left(\frac{\Phi}{2}\right) + 30 \sin\left(\Phi\right)\right], \qquad (17)$$
$$Q_{2} = \omega^{2} \rho^{*} h R \left[-5 \sin^{3}\left(\frac{\Phi}{2}\right) + 3 \sin^{5}\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right].$$

После подстановки (17) в (16) найдем коэффициенты системы уравнений при *n* = 2:

$$A_{2} = \frac{5 \omega^{2} \wp h \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)}{16(7+5\mu)G},$$

$$B_{2} = -\frac{5(7+2\mu) \omega^{2} \wp h}{16(7+5\mu)G} \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right).$$
(18)

Воспользовавшись (13) и (18), находим уравнение радиальной деформации поверхности ротора, вызванное наличием кольцевого пояска в случае его осесимметричного вращения

$$u_{r}^{*} = -\frac{5(7-4\mu)\omega^{2}\rho h}{8(7+5\mu)G}R^{2}\sin\phi P_{2}(\alpha).$$
(19)

Для количественной оценки влияния пояска на деформацию ротора в случае его осимметричного вращения определяем, воспользовавшись формулой

$$P_{2}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \{ \frac{3}{\omega^{2}} [\frac{\alpha^{2}}{2} + \left(b^{2} - \frac{\alpha^{2}}{2}\right) (\cos \alpha)^{2} + ab \sin 2\alpha \cos(\beta - vt) + \frac{a^{2}}{2} (\sin \alpha)^{2} \cos(2vt - 2\beta)] - 1 \}$$

уравнение радиальной деформации поверхности ротора без учета кольцевого пояска

$$u_r = -\frac{(2+\mu)\omega^2\rho_1}{3(7+5\mu)G}R^3P_2(\alpha),$$

Затем вычислим отношение амплитудных значений $u_r^* \kappa u_r$ для ротора, физические и геометрические характеристики были описаны выше

$$\frac{A^* u_r^*}{A u_r} = 0.09.$$
(20)

Выводы

Из (20) видно, что наличие кольцевого пояска дает погрешность в вычислениях не более 10 процентов, следовательно, u_r^* , обусловленный пояском, несуществен. Поэтому при определении деформации ротора наличием пояска можно пренебречь.

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЖУРНАЛ ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ № 8, 2016

Список литературы

1. Anfinoqenov A.S., Gusinsky V.Z., Parfenov 0.I. – Electrostatic gyro. // The second soviet – Chinese symposium on Inertial technology. 9-15 October 1992. S.-Petersburg, 1992. P. 71–80.

2. Vodicheva L.V., Lookin N.A. Strap down inertial navigation – system and special processors design problems, SINS development – experience // The IV Russian-Chinese symposium on inertial technology. September 27 – October 1, 1993. S. – Petersburg, 1993. – P. 67–76.

3. Duncan R.R. A strap down inertial navigation using miniature electrostatic gyro // Proceeding of the National Aerospace Meeting. Washington, -13-14 March. -1973. -P. 13.

4. Чарышев Ш.Ф., Брюшков В.Г. Базовые чувствительные элементы ИНС. Электростатический гироскоп. – М., 1988. – 148 с.

5. Мартыненко Ю.Г. Движение твердого тела в электрических и магнитных полях. – М.: Наука, 1988. 6. Булгаков Б.В. Прикладная теория гироскопов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. – 401 с.

7. Карипбаев С.Ж., Ландау Б.Е., Мартыненко Ю.Г., Подалков В.В. Зависимость угловой скорости электростатического гироскопа от температуры окружающей среды // Изв. РАН. МТТ. -1993. – № 3. – С. 42–49.

8. Корецкий А.В. О коэффициентах несферичности формы ротора электростатического гироскопа // Тр. Моск. энерг. ин-та. 1982. – Вып. 573. – С. 27–31.

9. Александров А.М., Брюшков В.Г., Корецкий А.В., Мартыненко Ю.Г. Уход электростатического гироскопа, вызываемый упругими деформациями ротора // Межвузовск. сб. трудов. – М.: Моск. энерг. ин-т. – 1983. – № 14. – С. 16–22.

10. «Разработка бескардановых гироскопов с шаровым ротором на электростатическом и шарикоподшипниковом подвесах» за 2012-2014 гг. Отчет о научно – исследовательской работе ГРНТИ 30.15.35, № госрегистрации: 0112РК02743, Инв: № 0212РК01519, Инв: № 0213РК01969.