УДК 621.311.001.57

АНАЛИЗ СПОСОБОВ УСТРАНЕНИЯ КРАЕВОГО ЭФФЕКТА ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Киселёв Б.Ю.

ГОУ ВО «Омский государственный технический университет, Омск, e-mail: bob 93 kz@mail.ru

В работе описаны принципы основных видов вейвлет-преобразования: непрерывного, дискретного, пакетного. Вейвлет-анализ даёт возможность более точного определения элементов сигнала присутствующих на малом промежутке времени. Вейвлет-анализ хорошо зарекомендовал себя как для анализа стационарных, так и нестационарных электрических сигналов. В статье изложены недостатки преобразования Фурье и его модифицированной версии оконного преобразования Фурье. Рассмотрен ряд способов устранения краевого эффекта при обработке данных с помощью вейвлет-преобразования встроенных в программный комплекс Matlab. Произведён расчет действующих значений тока, различных гармонических составляющих при разных способах увеличения длины реализации данных. Определены типы увеличения длины реализации данных, вносящие наименьшую погрешность в расчет действующих значений гармонических составляющих тока.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, длина реализации, гармоническая составляющая

ANALYSIS OF METHODS OF REMOVAL OF THE BOUNDARY EFFECT IN SPECTRAL ANALYSIS OF SIGNALS OF WAVELET-TRANSFORM METHODS Kiselev B.Yu.

Omsk State Technical University, Omsk, e-mail: bob 93 kz@mail.ru

The paper describes the principles of the main types of wavelet transformation: continuous, discrete, packet. Wavelet analysis makes it possible to more accurately determine the signal elements present at a small time interval. The wavelet analysis has proved itself well both for the analysis of stationary and non-stationary electrical signals. The article describes the flaws in the Fourier transform and its modified version of the Fourier window transformation. A number of ways to eliminate the edge effect when processing data with the help of wavelet transforms embedded in the Matlab software package are considered. The current values of the current, various harmonic components are calculated for different ways of increasing the length of data realization. The types of increase in the length of the data realization are determined, which introduce the smallest error into the calculation of the effective values of the harmonic current components.

Keywords: wavelet transform, length of realization, harmonic component

Обычно для обработки цифровых сигналов применяют дискретное преобразование Фурье (ДПФ; английский термин -Discrete Fourier Transform, DFT) [1, c. 251]. Данный вид преобразования при анализе стационарных сигналов даёт достаточно точные результаты. Однако в анализе нестационарных сигналов он имеет существенный недостаток, связанный с тем, что дискретное преобразование Фурье неявно подразумевает периодическое продолжение исследуемого фрагмента сигнала. Это приводит к так называемому эффекту растекания спектра, вместо узкого пика получается сложный спектр, где могут содержаться все возможные частоты. Для уменьшения этого эффекта используют оконное преобразование Фурье, но и здесь возникает трудность с выбором ширины окна [1, с. 272].

В настоящее время в энергетике, и в том числе для расчета нестационарных режимов систем электроснабжения (СЭС), находит широкое применение математический аппарат вейвлет-преобразование (ВП), поскольку лишен ряда недостатков, присущих преоб-

разованию Фурье [2–4]. Вейвлет-преобразование даёт возможность лучше рассмотреть элементы сигнала, присутствующие на коротком промежутке времени [5, с. 30].

Его суть заключается в скалярном перемножении исследуемой функции на анализирующую функцию [5, c. 55].

$$C(a,b) = (i(t), \Psi_{ab}(t)), \tag{1}$$

где i(t) – исследуемая функция, $\Psi_{,}(t)$ – анализирующая функци

 $\Psi_{ab}(t)$ – анализирующая функция. В качестве анализирующей функции выступает набор вейвлет-функций, получаемых из базисной посредством сжатия растяжения функции при помощи параметра а и сдвига по временной оси при помощи параметра b [5, c. 55].

$$\Psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right),\tag{2}$$

где $\frac{1}{\sqrt{a}}$ – обеспечивает независимость нор-

мы функции от масштаба a,

 $\psi(t)$ – функция материнского вейвлета.

Это выражение справедливо для непрерывного вейвлет-преобразования (НПВ). Оно позволяет получить трёхмерный спектр, где наглядно представлены частоты, присутствующие в сигнале, их время присутствия и масштаб (аналог амплитуде).

Данный вид ВП является избыточным и требует большого количества математических операций. Поэтому на практике чаще всего применяются дискретное вейвлетпреобразование (ДВП) и пакетное вейвлетпреобразование (ПВП). Они осуществляются разложением исходной, анализируемой функции на составляющие.

Главным принципом дискретного вейвлет-разложения является рекурсивное определение последующих элементов более глубокого уровня разложения. В этом случае исследуемый сигнал пропускается

через низкочастотный (НЧ) и высокочастотный (ВЧ) вейвлет-фильтры, которым соответствуют масштабирующая функции $\varphi(t)$ и вейвлет-функция $\psi(t)$. На выходе имеем две последовательности, первую аппроксимирующих и вторую детализирующих коэффициентов. Затем последовательность аппроксимирующих коэффициентов опять пропускается через высокочастотные и низкочастотные фильтры. На выходе получаем набор аппроксимирующих и детализирующих коэффициентов на следующем уровне разложения и т.д. Весь процесс разложения протекает по схемам, представленным на рис. 2 [6, с. 46–47]. Так же при выбранной частоте дискретизации каждый из этих наборов вейвлет-коэффициентов, на каждом уровне, будет отвечать за свой диапазон частот, как показано на рис. 2.

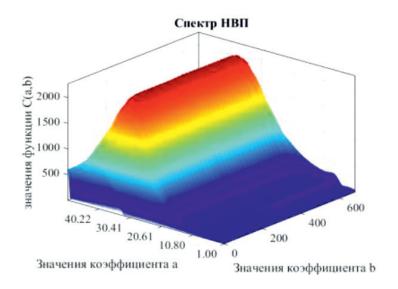


Рис. 1. Спектр непрерывного вейвлет-преобразования

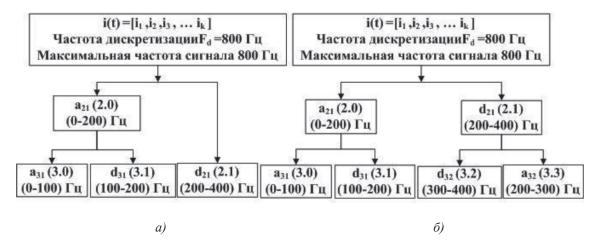


Рис. 2. Схема вейвлет-преобразования: а) для дискретного вейвлет-преобразования, б) для пакетного вейвлет-преобразования

При дискретном вейвлет-разложении сигнал тока может быть записан через вейвлет-коэффициенты.

$$i(t) = \sum_{k=0}^{k_m} i_{j,k}^A \varphi_{j,k}(t) + \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=0}^{k_m} i_{j,k}^D \psi_{j,k}(t).$$
 (3)

На основе равенства Парсеваля может быть вычислено действующее значение тока в заданном диапазоне частот.

В первый диапазон частот аппроксимирующего коэффициента 2 уровня разложения попадает основная частота 50 Гц. Отсюда действующее значение основной частоты можно вычислить как [7, с. 88]:

$$I1 = N^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\sum_{k=0}^{k_m} \left(i_{2,k}^A\right)^2},\tag{4}$$

где N — количество отсчетов исследуемого дискретного сигнала.

Действующие значения токов высших 3 и 7 гармоник при дискретном вейвлет-преобразовании могут быть вычислены соответственно через детализирующие коэффициенты 2 уровня разложения и детализирующие коэффициенты 1 уровня разложения.

$$I3 = N^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\sum_{k=0}^{k_m} (i_{2,k}^D)^2}, \tag{5}$$

$$I7 = N^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\sum_{k=0}^{k_m} (i_{1,k}^D)^2}.$$
 (6)

Из-за того, что высокочастотный и низкочастотный вейвлет-фильтры не являются идеальными, на границе двух частотных коридоров, одна частотная полоса немного наслаивается на другую. Это в свою очередь приводит к погрешности в расчетах [8]. Что приводит к необходимости выбирать тот или иной тип вейвлета в зависимости от поставленной задачи. В данной работе погрешности от выбора типа вейвлета рассматриваться не будут.

Так же при дискретном или пакетном вейвлет-преобразовании погрешность возникает из-за краевого эффекта, который появляется при недостаточной длине реализации сигнала. Для устранения этой погрешности существуют различные способы позволяющие увеличить длину реализации сигнала. В рамках данной статьи будут рассмотрены способы, встроенные в программный комплекс МАТLAB [9]:

- sym или sumh симметричное заполнение по граничным значениям (полуточечное);
- symw симметричное заполнение по граничным значениям (полное);
- asym или asymh асимметричное заполнение по граничным значениям;
- asymw асимметричное заполнение по граничным значениям (полное);
 - zpd дополнение данных нулями;
- spd или sp1 интерполяция первого порядка;
 - sp0 интерполяция нулевого порядка;
 - рег периодизация.

Для того чтобы выяснить, какой из этих способов вносит меньшую погрешность в расчет, произведём расчет действующих значений тока разных частотных составляющих при разных типах увеличения длины реализации сигнала.

Для численного эксперимента зададим сигнал тока формулой

$$i(t) = \begin{cases} i(t) = 50 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot 50), & 0 < t < 0, 5; \\ i(t) = 50 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot 50) + \frac{50 \cdot \sqrt{2}}{3} \cdot \sin(\omega \cdot 150) + \frac{50 \cdot \sqrt{2}}{7} \cdot \sin(\omega \cdot 350), & 0, 5 < t < 1, \end{cases}$$
(7)

где $\omega = 2\pi \cdot t$.

Результаты численного эксперимента

Способ увеличения	Действующие значения			Действующие значения			Погрешности расчетов дей-		
длины реализации	токов, посчитанные ана-			токов, посчитанные через			ствующих значений через		
сигнала	литически			вейвлет-коэффициенты			вейвлет-коэффициенты		
	I1, A	I3, A	I7, A	IW1, A	IW3, A	IW7, A	E1,%	E3,%	E7,%
sym или sumh	50	11,79	5,05	84,723	17,76	7,343	69,44	50,74	45,39
symw				84,819	19,49	7,394	69,64	65,36	46,39
asym или asymh				84,499	18,57	7,784	68,99	57,58	54,11
asymw				141,43	17,39	7,251	182,8	47,59	43,56
zpd				50,005	11,59	5,448	0,0009	1,59	7,87
spd или sp1				54,25	11,42	5,153	8,5	3,10	2,03
sp0				54,910	11,46	5,203	9,82	2,70	3,01
per				50,019	11,66	5,136	0,039	1,07	1,68

Данный сигнал тока содержит частоты 50, 150 и 350 Гц. Далее производим дискретное вейвлет-преобразование исследуемого сигнала, разложив его на частотные диапазоны, для анализа используем вейвлет Добеши 40 порядка (db40), как наиболее точный.

После чего вычисляем действующие значения токов каждой частотной компоненты, используя различные типы увеличения длины реализации сигнала. Расчет действующих значений производим по формуле (5, 6). И затем рассчитываем погрешность расчета.

Все полученные результаты сведены в таблицу.

Выводы

По полученным результатам можно сделать вывод, что только способ увеличения длины реализации сигнала при помощи периодизации даёт возможность с достаточной точностью рассчитывать действующие значения токов различных гармонических составляющих, дополнение данных нулями тоже даёт неплохие результаты, но только при расчете действующих значений низких частот.

Список литературы

- 1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. СПб.: ПИТЕР, $2002.-608~\mathrm{c}.$
- 2. Мисриханов А.М. Применение методов вейвлет-преобразования в электроэнергетике / А.М. Мисриханов // Автоматика и телемеханика. -2006. -№ 5. -C. 5-23.
- 3. Карпенко С.В. Математическое моделирование нестационарных электрических процессов в электротехнических системах на основе численных методов вейвлет-анализа: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 математическое моделирование, численные методы и комплексы программ / Карпенко Степан Викторович; рук. работы С.П. Мочалов. Новокузнецк, 2006. 164 с.
- 4. Аббакумов А.А. Разработка методики и алгоритмов идентификации отклонений от нормативов параметров качества электроэнергии в системах электроснабжения: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 математическое моделирование, численные методы и комплексы программ / Аббакумов Андрей Александрович; рук. работы С.А. Федосин. Саранск: Мордовский гос. ун-т им. Н.П. Огарева, 2005. 180 с.
- 5. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 464 с.
- 6. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования: учебное пособие / А.Н. Яковлев. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. 104 с.
- 7. Осипов Д.С. Расчет потерь энергии в кабельной линии электропередачи при наличии нелинейной нагрузки методом пакетного вейвлет преобразования / Д.С. Осипов, Д.В. Коваленко, Б.Ю. Киселёв // Омский научный вестник. 2016. № 4(148). С. 84–89.
- 8. Киселёв Б.Ю. Сравнительный анализ типов вейвлетов на примере расчета действующих значений тока / Б.Ю. Киселёв, Д.В. Коваленко // Журнал научных и прикладных исследований. -2016. -№ 4-1. -C. 140-143.
- 9. [Электронный ресурс]. режим доступа: https://www.mathworks.com/help/ (дата обращения: 27.07.2017).