УДК 530.182:537.6

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПРЕЦЕССИРУЮЩИХ СОЛИТОНОВ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ С АНИЗОТРОПИЕЙ ТИПА «ЛЕГКАЯ ОСЬ»

Расковалов А.А., Баталов С.В.

Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург,
e-mail: raskovalov@imp.uran.ru, svbatalov@imp.uran.ru

В рамках модели Ландау-Лифшица для квазиодномерного ферромагнетика с анизотропией типа “легкая” ось исследуется генерация прецессирующих солитонов из начального локализованного импульса намагниченности. Представлены результаты численного моделирования. Согласно им, локализованное возмущение малой ширины не порождает солитона: в этом случае начальный импульс произвольной высоты расплывается на диспергирующие спиновые волны. С ростом ширины импульса из него пороговым образом зарождается неподвижный солитон, во всех точках которого намагниченность совершает круговую прецессию с одной и той же фазой. Численный эксперимент подкреплен аналитическим расчетом. На основе формализма обратной задачи рассеяния установлена связь физических характеристик солитонов с параметрами начального возмущения, что позволяет генерировать неподвижные солитоны с требуемыми свойствами.

Ключевые слова: ферромагнетик, солитоны, обратная задача рассеяния, модель Ландау-Лифшица, бризер

EXCITING OF THE PRECESSING SOLITONS IN A FERROMAGNET WITH THE EASY-AXIS ANISOTROPY

Raskovalov A.A., Batalov S.V.

M.N. Miheev Institute of Metal Physics, UB RAS, Ekaterinburg,
e-mail: raskovalov@imp.uran.ru, svbatalov@imp.uran.ru

In the framework of Landau-Lifshitz model for quasi-one-dimensional ferromagnet with the easy-axis anisotropy generation of the precessing solitons from the initial localized impulse of magnetization is studied. We show the results of the numerical modeling. According to it, the small-width localized excitation does not generate a soliton: in this case the initial impulse of arbitrary height decomposes into the dispersive spin waves. When the height of the impulse becomes more than the threshold value, the immobile soliton is generated from it. At the each point of such soliton the magnetization makes circle precession with one and the same phase. The numerical experiment is accompanied by the analytical calculation. On the basis of the inverse scattering problem, we find out the relation between the physical characteristics of solitons and the parameters of the initial excitation. It gives us the possibility to excite the immobile solitons with the required properties.

Keywords: ferromagnet, solitons, inverse scattering problem, Landau-Lifshitz equation, breather

В ферромагнетике с анизотропией типа «легкая ось» нелинейная динамика намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ определяется уравнением Ландау–Лифшица [1–2]:

$$\partial_t \mathbf{M} = -\gamma\left[\mathbf{M}\times(\alpha\Delta\mathbf{M} + K_a(\mathbf{n}\cdot\mathbf{M}))\mathbf{n}\right],$$

$$\mathbf{M}^2 = M_0^2 = \mathrm{const}, \qquad (1)$$

где $\alpha > 0$, $K_a > 0$ – постоянные обменного взаимодействия и магнитной анизотропии вдоль выделенной оси $\mathbf{n} = (0,0,1)$; γ – магнитомеханическое отношение, t – время. Далее рассматривается квазиодномерный ферромагнетик:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(x,t),$$

где x – пространственная координата.

С помощью масштабных преобразований:

$$x' = x\sqrt{K_a/\alpha},\ t' = \gamma M_0 K_a t,\ \mathbf{M} = -M_0\mathbf{S}$$

уравнение (1) сводится к виду

$$\partial_{t'}\mathbf{S} = [\mathbf{S}\times\partial_{x'}^2\mathbf{S}] + (\mathbf{n}\cdot\mathbf{S})[\mathbf{S}\times\mathbf{n}],\quad \mathbf{S}^2 = 1. \qquad (2)$$

«Штрихи» над новыми переменными далее опускаем.

Решение уравнения Ландау–Лифшица (2), описывающее простейший прецессирующий солитон на фоне однородного основного состояния легкоосного ферромагнетика, хорошо известно: оно впервые получено непосредственным интегрированием в классической монографии [1]. В книге [2] изложена процедура нахождения точных солитонных решений уравнения (2) на основе метода обратной задачи рассеяния. В основе метода лежит задача сопряжения матричных аналитических функций комплексного переменного.

В данной работе представлены результаты численного эксперимента по возбуждению солитонов в рассматриваемой модели из локализованного начального распределения намагниченности. В рамках формализма обратной задачи аналитически установлена связь физических характеристик солитонов с параметрами исходного распределения, что позволяет генерировать солитоны с требуемыми свойствами.

Основные соотношения. Уравнение (2) равносильно условию совместности вспомогательной линейной системы [2]:

$$\partial_x \Psi = -\frac{i}{2}[w_1(S_1\sigma_1 + S_2\sigma_2) + w_3 S_3\sigma_3]\Psi, \tag{3}$$

$$\partial_t \Psi = -\frac{\mathrm{i}}{2}[w_1([\mathbf{S}\times\partial_x\mathbf{S}]_1\sigma_1 + [\mathbf{S}\times\partial_x\mathbf{S}]_2\sigma_2) + w_3[\mathbf{S}\times\partial_x\mathbf{S}]_3\sigma_3 -$$

$$-w_1^2 S_3\sigma_3 - w_1 w_3(S_1\sigma_1 + S_2\sigma_2)]\Psi.$$

Здесь σ_j – матрицы Паули, Ψ – матрица 2×2, коэффициенты $w_{1,3}$ подчинены ограничению: $w_1^2 - w_3^2 = 1$. Удобно использовать параметризацию:

$$w_1 = \mathrm{ch}^{-1}u,\ w_3 = i\ \mathrm{th}\,u.$$

Нас интересуют решения уравнения Ландау – Лифшица (2) с граничными условиями:

$$\mathbf{S}\to\mathbf{S}_{1,2}^{(0)} = (0,0,1) \text{ при } x\to\pm\infty. \tag{4}$$

Условия (4) соответствуют однородному равновесному распределению намагниченности:

$$\mathbf{M}(x\to\pm\infty)\to -M_0\mathbf{n}.$$

Им отвечают фундаментальные решения вспомогательной линейной системы (3) с асимптотическим поведением:

$$\Psi_1\to\Psi_1^{(0)} \text{ при } x\to-\infty, \tag{5}$$

$$\Psi_2\to\Psi_2^{(0)} \text{ при } x\to+\infty,$$

где

$$\Psi_1^{(0)} = \Psi_2^{(0)} \equiv \Psi_0(x,t,u) = \exp[-i(w_3(u)x - 2w_1^2(u)t)\sigma_3].$$

Множество $\Gamma=\{u : \mathrm{Im}\, u = 0\}$, mod $(2\pi i)$ соответствует непрерывному спектру задачи (3), (5) [2]. На контуре Γ фундаментальные решения $\Psi_{1,2}(u)$ имеют осциллирующее поведение. Они определены одновременно и связаны между собой матрицей перехода:

$$\Psi_1(u) = \Psi_2(u)T(u),\ u\in\Gamma.$$

Матрица перехода $\mathrm{T}(u)$ унимодулярна ($\det T = 1$) и не зависит от x [2]. Для нее справедливо представление

$$T(u,t)\equiv\begin{pmatrix} a(u) & -\bar{b}(u) \\ b(u) & \bar{a}(u)\end{pmatrix} = \lim_{x\to+\infty}[\Psi_2(u,x,t)]^{-1}\Psi_1(u,x,t). \tag{6}$$

Прецессирующий солитон в легкоосном ферромагнетике. Для солитонных решений модели (2) коэффициенты $b=\bar{b}\equiv 0$, в то время, как $a(u)$ и $\bar{a}(u)$ являются мероморфными функциями в u – плоскости. Простейший прецессирующий солитон параметризуется комплексным нулем $u=\mu$ функции $\bar{a}(u)$. Соответствующее точное решение можно записать в виде:

$$S_1(x,t) - iS_2(x,t) =$$

$$= -\frac{2is_\rho c_\rho(c_\rho c_\theta c_y - is_\rho s_\theta s_y)}{(s_\rho^2 + c_\theta^2)(c_\rho^2 + s_y^2)}\exp(i\varphi),$$

$$S_3(x,t) = 1 - \frac{2s_\rho^2 c_\rho^2}{(s_\rho^2 + c_\theta^2)(c_\rho^2 + s_y^2)}, \tag{7}$$

где $y = -l_0^{-1}(x - Vt) + y_0$, $\varphi = px - \omega t - \varphi_0$, $y_0, \varphi_0 = \mathrm{const}$, и для краткости введены обозначения:

$$s_\rho = \mathrm{sh}\,\rho,\ c_\rho = \mathrm{ch}\,\rho,\ s_\theta = \sin\theta,\ c_\theta = \cos\theta,\ s_y = \mathrm{sh}\,y,\ c_y = \mathrm{ch}\,y.$$

Ширина области резкого изменения намагниченности солитона l_0, скорость его движения V, волновой вектор p прецессии намагниченности в области локализации солитона, частота ω прецессии в лабораторной системе отсчета и частота Ω в системе отсчета, связанной с солитоном, имеют вид

$$l_0 = -(\mathrm{Re\,th}\mu)^{-1},$$

$$V = -l_0 \,\mathrm{Im\,ch}^{-2}\mu,$$

$$p = \mathrm{Im\,th}\mu,$$

$$\omega = -\mathrm{Re\,ch}^{-2}\mu,$$

$$\Omega = \omega - pV.$$

При этом выполняются тождества

$$\omega = -p^2 - 1 + l_0^{-2}, \quad \Omega = p^2 - 1 + l_0^{-2},$$

$$V = -2p,$$

позволяющие выразить все физические характеристики солитона через два параметра: p и l_0.

Комплексный параметр $\mu = -\rho + i\theta$; $\rho > 0$, $-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$. Наиболее удобны для наблюдения неподвижные солитоны. Солитон (7) неподвижен в двух случаях: $\theta = 0$ и $\theta = \pm\pi/2$. Случай $\theta = \pm\pi/2$ следует считать выделенным. В центре такого солитона намагниченность не прецессирует и направлена в точности вдоль оси $-\mathbf{n} = (0, 0, -1)$. При этом фазы вращения намагниченности левее и правее центра различаются на π [1, 2]. Это обстоятельство затрудняет его возбуждение.

При $\theta = 0$ решение (7) принимает вид:

$$S_1 - \mathrm{i}S_2 = -\frac{2\mathrm{i}\, s_\rho c_y}{s_\rho^2 + c_y^2}\exp(\mathrm{i}\varphi),$$

$$S_3 = 1 - \frac{2 s_\rho^2}{s_\rho^2 + c_y^2};$$

$$y = -\frac{s_\rho}{c_\rho}(x - x_0),$$

$$\varphi = -\varphi_0 + (t - t_0)c_\rho^{-2}. \qquad (8)$$

На всей протяженности солитона (8) фаза вращения намагниченности одна и та же. Компонента намагниченности S_3 в центре солитона не достигает предельных значений ±1: $S_3(y=0) = 1 - 2\,\mathrm{th}^2\rho$ (см. рис. 1).

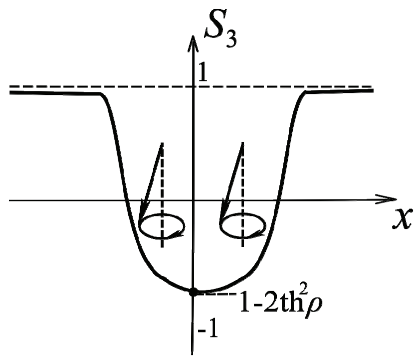

Рис. 1. Компонента S_3 и характер прецессии вектора S для неподвижного солитона (8)

Солитон (8) наиболее естественен: его проще всего возбудить в численном эксперименте.

Условие возбуждения неподвижного солитона. Формализм обратной задачи рассеяния позволяет получить условие возбуждения солитона (8). Зададим начальное возмущение в виде ступенчатого распределения намагниченности:

$$\mathbf{S}(x, t=0) = (0, 0, 1) \text{ при } x < x_0,$$

$$\mathbf{S}(x, t=0) = (\sin\gamma\cos\varphi_0,\ \sin\gamma\sin\varphi_0,\ \cos\gamma)$$

$$\text{при } x_0 < x < x_1, \qquad (9)$$

$$\mathbf{S}(x, t=0) = (0, 0, 1) \text{ при } x > x_1.$$

Подобное распределение можно задать кратковременным включением внешнего магнитного поля вдоль направления $-\mathbf{n}_0$,

$$\mathbf{n}_0 = (\sin\gamma\cos\varphi_0,\ \sin\gamma\sin\varphi_0,\ \cos\gamma).$$

Параметр γ=const задает амплитуду намагниченности в перемагниченной области шириной $x_1 - x_0 = d$.

Следуя той же схеме, что и в работах [3–5], запишем решение первого уравнения (3), соответствующее распределению намагниченности (9). Оно имеет вид

$$\Psi(x, t=0) = \Psi_0(x, t=0) \text{ при } x < x_0,$$

$$\Psi(x, t=0) = U\exp\left(\frac{\xi}{2}\sigma_3\right)C_1$$

$$\text{при } x_0 < x < x_1,$$

$$\Psi(x, t=0) = \Psi_0(x, t=0)C_2 \text{ при } x > x_1,$$

где

$$U = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{2} + \dfrac{th\, u \cos\gamma}{2\xi} & \dfrac{i \sin\gamma}{(\xi + th\, u \cos\gamma)\, ch\, u} \exp(-i\varphi_0) \\ -\dfrac{i \sin\gamma}{2\xi\, ch\, u} \exp(i\varphi_0) & 1 \end{pmatrix},$$

$$\xi = \sqrt{\cos^2\gamma - \mathrm{ch}^{-2} u}, \ \det U = 1.$$

Постоянные матрицы $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$ находятся из условия непрерывности функции $\Psi(x, t = 0)$ в точках $x = x_{1,2}$.

Начальное возмущение (9) распадается на солитоны, только если элемент $\overline{a}(u)$ матрицы перехода (6) имеет нули в области своей аналитичности. В этом случае матрица $\mathbf{T}(u)$ не зависит от времени [2]. Потому, согласно (6), имеем:

$$\mathbf{T}(u) = \mathbf{C}_2 = [\Psi_2^{(0)}(x_1, t = 0)]^{-1} U \exp\left(\frac{\xi d}{2} \sigma_3\right) U^{-1} \Psi_1^{(0)}(x_0, t = 0). \qquad (10)$$

Из (10) следует, что требование обращения в нуль функции $\overline{a}(u)$ сводится к трансцендентному уравнению

$$\xi \,\mathrm{cth}\left(\frac{\xi d}{2}\right) - \mathrm{th}\, u \cos\gamma = 0. \qquad (11)$$

Значения d, γ, при которых уравнение (11) имеет вещественный корень $u = -\rho$, $\rho > 0$, соответствуют условиям формирования неподвижного солитона (8). Величина ρ определяет физические характеристики такого солитона – его ширину, частоту пульсаций и отклонение намагниченности в его центре от равновесного значения $(0,0,1)$. Выражение (11) дает качественную оценку зависимости ρ от параметров начального возмущения, близкую к результатам численного эксперимента.

Связь характеристик солитона с параметрами начального возмущения. Будем понимать под высотой начального импульса (9) h отклонение компоненты $S_3 = \cos\gamma$ от равновесного значения +1:

$$0 < h = 1 - \cos\gamma \le 2.$$

На рис. 2, рис 3 приведены численные и аналитические зависимости $\rho(h,\ d)$. Жирные точки на рис. соответствуют данным численного эксперимента, сплошные линии построены по формуле (11).

Результаты численного счета говорят о том, что с изменением ширины d начального импульса при его фиксированной высоте h солитон (8) рождается из распределения (9) пороговым образом. Локализованное возмущение малой ширины не порождает солитона: при $0 < d \le 4$ начальный импульс (8) произвольной высоты расплывается на диспергирующие спиновые волны. С ростом ширины возмущения (в интервале значений $4 \le d \le 12$) из начального импульса (9) формируется неподвижный солитон (8) с центром в его середине. Высота такого импульса $0 < h \le 1.4$ может быть сколь угодно малой: в пределах погрешности счета не удалось обнаружить ее минимальное значение.

Изображенная на рис. 2 зависимость ρ от высоты $0 \le h \le 1.4$ начального возмущения при его фиксированной ширине $4 \le d \le 15$ почти линейна. При фиксированной высоте h величина ρ монотонно возрастает с ростом ширины начальной ступеньки, меняясь в пределах:

$$0 \le \rho \le 2.1.$$

Задание начального импульса небольшой высоты $(0 \le h \le 1)$ и значительной ширины ($d \ge 12$) ведет к интересному результату. Тогда возмущение (9) сначала сужается до значения $d \propto 12$, сбрасывая излишек энергии в виде диспергирующих волн, а затем из него также формируется неподвижный солитон (8). В соответствии с этим, при больших $d \ge 12$ зависимость

$$\rho(d = \mathrm{const},\ 0 \le h \le 0.9)$$

на рис. 3 становится пологой.

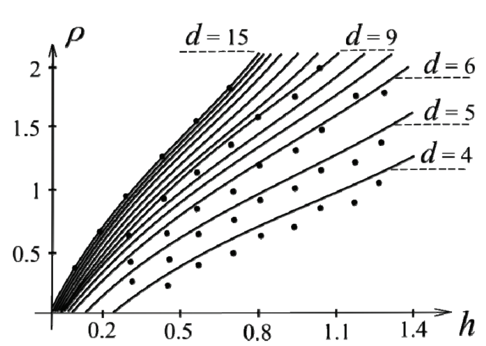

Рис. 2. Зависимость $\rho(d = \text{const},\ 0 < h < 1.4)$ *при значениях* $d = 4, 5, 6, \ldots 15$

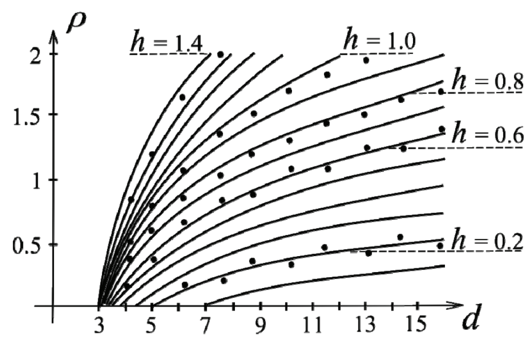

Рис. 3. Зависимость $\rho(d = \text{const},\ 0 \le h \le 1.4)$ *при значениях* $h = 0.1, 0.2, 0.3, \ldots 1.4$

Заключение

Численное моделирование показывает, что при условии $4 \le d \le 12$ значение $h \approx 1.4$ $(\gamma \approx 0.63\pi)$ является порогом, по превышении которого (при $1.4 \le h \le 2$) начальное возмущение (9) порождает два одинаковых солитона (7), движущихся в противоположных направлениях. С дальнейшим увеличением ширины импульса d значение его высоты h, необходимое для формирования двух солитонных состояний, несколько снижается: так при $d \ge 14$ два солитона формируются из начального возмущения высотой $1 \le h \le 2$, что соответствует значениям $\pi / 2 < \gamma < \pi$.

Уравнение (11) не позволяет установить пороговое значение h , при котором рождаются два солитона (7). Вместе с тем, рис. 2, 3 убеждают нас, что полученная оценка (11) зависимости параметра ρ солитона (8) от высоты и ширины начального импульса находится в хорошем согласии с численным экспериментом и может быть использована для генерации неподвижных солитонов с требуемыми характеристиками.

В заключение заметим, что при формировании прецессирующих солитонов в легкоосном ферромагнетике энергия начального возмущения (9) перераспределяется между компонентами намагниченности. Это приводит к тому, что ни ширина d, ни проекция $S_3 = \cos\gamma$ начального возмущения в области $x_0 < x < x_1$ не совпадают с таковыми у результирующего солитона.

Авторы выражают благодарность В.В. Киселеву за обсуждение результатов работы и полезные замечания.

Работа выполнена в рамках проекта УрО РАН №15–8–2–7 «Локализованные структуры, солитоны и их возбуждение в конденсированных средах».

Список литературы

1. Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. – Киев: Наукова Думка, 1983. – 189 с.

2. Борисов А.Б., Киселев В.В. Квазиодномерные магнитные солитоны. – М.: Физматлит, 2014. – 520 с.

3. Киселев В.В., Расковалов А.А. Солитоны электрической поляризации в мультиферроиках // ЖЭТФ. – 2016. – Т. 149, № 6. – С. 1260–1269.

4. Киселев В.В., Расковалов А.А. Солитоны электрической поляризации в мультиферроиках // ФТТ. – 2016. – Т. 58, № 3. – С. 485–489.

5. Kiselev V.V., Raskovalov A.A. Solitons and nonlinear waves in the spiral magnetic structures // Chaos, Solitons&Fractals. – 2016. – V. 84. – P. 88–103.