УДК 539.3

УСТОЙЧИВОСТЬ ОБОЛОЧЕК ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ИЗ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА, ОБТЕКАЕМОЙ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

Немеребаев М.Н., Рахманова Ж.С., Немеребаева А.М.

Таразский инновационно-гуманитарный университет, Тараз,
e-mail: nemerebayev@mail.ru

Рассмотрена динамическая устойчивость сетчатой оболочки из композиционного материала в сверзвуковом потоке газа. Задача рассматривалась в традиционной постановке в рамках поршневой теории. Показано изменение критической скорости флаттера от угла.

Ключевые слове: задача, оболочка, теория, скорость, динамика, структура, поверхность

STABILITY OF SHELLS OF THE TETRAGONAL STRUCTURE FROM COMPOSITE MATERIAL, STREAMLINED BY HYPERSONIC OF GAS

Nemerebayev M., Rakhmanova Z.S., Nemerebayeva A.M.

Taraz Innovative Humanitarian University, Taraz, e-mail: nemerebayev@mail.ru

Dynamic stability of reticulated shell from composite material in hypersonic stream of gas is considered in this work. A task was examined in the traditional raising within the framework of piston theory. The change of critical speed of flatter from the corner is shown in the article.

Keywords: task, shell, theory, speed, dynamics, structure, surface

Расчет сетчатых и подкрепленных оболочек как систем, имеющих сложную структуру, вызывает вычислительные и принципиальные трудности. Их разрешение на основе уточнения классической теории оболочек с применением новых модельных представлений и подходов, совершенствования методов и методик расчета является одной из самых актуальных проблем механики оболочечных конструкций и представляет несомненный практический интерес.

Рассмотрим круговую сетчатую цилиндрическую оболочку бесконечной длины, закрытую непроникаемой плёнкой и обтекаемую сверхзвуковым потоком газа с невозмущённой скоростью *u*, направленной вдоль образующих оболочек, т.е. по координатом α (рис. 1).

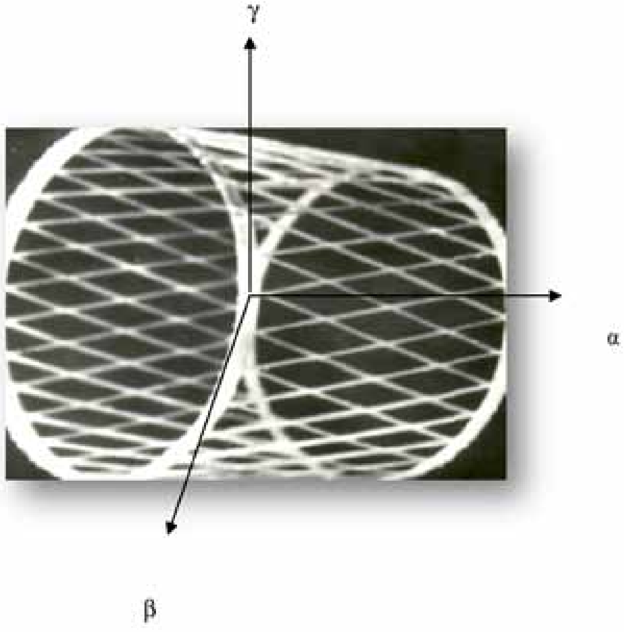

Рис. 1. Цилиндрическая сетчатая оболочка из КМ

Предполагая, что давление газа P на обтекаемую поверхность оболочки через плёнку может быть вычислено при помощи приближённой формулы поршневой теории [1]

$$P = P_0\left(1+\frac{\aleph-1}{2}\frac{\vartheta}{c_0}\right)^{\frac{2\aleph}{\aleph-1}}, \qquad (1)$$

где P_0 – давление невозмущённого потока газа; ϑ – нормальная составляющая скорости потока газа, обтекающего поверхность оболочки; c_0 – скорость звука в невозмущенном газе; $\aleph$ – показатель политропы.

Следуя работам [2,3], будем считать, что $u \le c_0$ и, разложив уравнение (1) в ряд по формуле бином Ньютона для малых возмущений, в первом приближении с учетом

$$C_0^2 = \aleph\frac{P_0}{\rho_0},$$

будем иметь:

$$P = \frac{P_0\aleph}{C_0}\vartheta = \rho_0 C_0\vartheta. \qquad (2)$$

Рассмотрим линеаризованное течение газа вдоль оболочки, по которой распространяются упругие волны. В этом случае:

$$\vartheta = \frac{\partial\omega}{\partial t} + u\frac{\partial\omega}{\partial\alpha} \qquad (3)$$

и следовательно, по формуле избыточного давления

$$P = \frac{\aleph P_0}{C_0}\left(\frac{\partial\omega}{\partial t} + u\frac{\partial\omega}{\partial\alpha}\right) \qquad (4)$$

Кроме того, примем во внимание линейное демпфирование ε.

Тогда получим следующие динамические уравнения для цилиндрической сетчатой оболочки, обтекаемой сверхзвуковым потоком газа а направлении α.

$$\begin{gathered}\left[C_{11}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + 6C_{12}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + C_{22}\frac{\partial^4}{\partial\beta^4}\right]\left[A_{22}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + \left(2A_{12}+A_{66}\right)\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + A_{11}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4}\right]\Phi + \frac{1}{R}\frac{\partial^4\Phi}{\partial\alpha^4} + \\ + \left[\frac{2}{a}\frac{\rho h\delta\partial^2}{\partial t^2} + \frac{4}{a}\frac{\rho h\delta\varepsilon\partial}{\partial t} + \frac{\aleph P_0}{C_0}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\aleph P_0}{C_0}u\frac{\partial}{\partial\alpha}\right]\times \\ \times\left[A_{22}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + \left(2A_{12}+A_{66}\right)\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + A_{11}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4}\right]\Phi = 0,\end{gathered} \qquad (5)$$

где α – расстояние между осями стержней, и согласно [4] принимаем:

$$\begin{gathered}C_{11} = \frac{2}{a}EI_y\left(\cos\varphi\right)^4 \\ C_{12} = \frac{2}{a}EI_y\left(\cos\varphi\sin\varphi\right)^2 \\ C_{22} = \frac{2}{a}EI_y\left(\sin\varphi\right)^4\end{gathered} \qquad (6)$$

$$\begin{gathered}A_{11} = \frac{B_{22}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}; \quad A_{66} = \frac{1}{B_{33}}; \\ A_{22} = \frac{B_{11}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}; \quad A_{12} = \frac{B_{12}}{B_{11}B_{22}-B_{12}^2}; \\ B_{11} = \frac{2}{a}\left[EF\left(\cos\varphi\right)^4 + \frac{12EI_z}{l^2}\left(\sin\varphi\right)^2\left(\cos\varphi\right)^2\right]; \\ B_{12} = \frac{2}{a}\left[EF - \frac{12EI_z}{l^2}\right]\left(\sin\varphi\right)^2\left(\cos\varphi\right)^2; \\ B_{22} = \frac{2}{a}\left[EF\left(\sin\varphi\right)^4 + \frac{12EI_z}{l^2}\left(\sin\varphi\right)^2\left(\cos\varphi\right)^2\right].\end{gathered} \qquad (7)$$

$$B_{33} = \frac{2}{a} EF\left(\cos\varphi \sin\varphi\right)^2 .$$

Решение уравнения (5) ищем в виде волн, распространяющихся по поверхности оболочки:

$$\Phi\left(\alpha, \beta, t\right) = \Phi_0 e^{i\left(\omega t - k^2 + \frac{n}{R}\beta\right)}, \qquad (8)$$

где Φ_0 – некоторая комплексная постоянная; ω – частота колебаний оболочки: $k = \frac{\pi}{\lambda}$ – волновое число; λ – целое число волн в окружности поперечного сечения оболочки; n – длина полуволны в направлении образующей оболочки.

Подставляя значения (8) в исходное уравнение (5), придём к следующему характерному уравнению:

$$\omega^2 - i\omega\left(2\varepsilon + \mu\right) - \Omega_{kn}^2 + ik\delta u = 0, \qquad (9)$$

где $\mu = \frac{\aleph P_0 a}{2C_0 \rho h \delta}$.

А для квадрата частоты собственных поперечных колебаний оболочки Ω_{kn}^2 имеем:

$$\Omega_{kn}^2 = \frac{a}{2\rho h\delta}\left(D_{kn} + \frac{1}{R^2}\frac{k^2}{T_{kn}}\right). \qquad (10)$$

Здесь принято:

$$D_{kn} = C_{11}k^4 + 6C_{12}k^2\frac{n^2}{R^2} + C_{22}\frac{n^4}{R^4}$$

$$T_{kn} = A_{22}k^4 + \left(2A_{12} + A_{66}\right)k^2\frac{n^2}{R} + A_{11}\frac{n^4}{R^4} \qquad (11)$$

Если мнимая часть частоты колебаний отрицательна $\left(I_{m\omega} < 0\right)$, то движение оболочки устойчиво [1,5].

Если же мнимая часть колебаний $\left(I_{m\omega} > 0\right)$ положительная, то невозмущённое движение устойчиво лишь по отношению к малым возмущениям.

Таким образом, из условия $I_{m\omega} \geq 0$, для скоростей невозмущённого потока газа, при некотором невозмущенное движение оболочки устойчиво, получим неравенство:

$$U \leq V\left(1 + \frac{2\varepsilon}{\mu}\right), \qquad (12)$$

где $V = \frac{\Omega}{k}$ является фазовой скоростью распространения упругих волн в оболочке. Тогда:

$$V^2 = \frac{a}{2\rho h\delta}\left(\frac{D_{kn}}{k^2} + \frac{1}{R^2}\frac{k^2}{T_{nk}}\right) \qquad (13)$$

Второй член последнего уравнения представляет собой конструктивное демпфирование.

Из неравенства (12) для критической скорости получим

$$\bar{U} = V\left(1 + \frac{2\varepsilon}{\mu}\right). \qquad (14)$$

Как видно из (6), коэффициенты упругости C_{ik} и B_{ik} зависят от угла φ.

В силу этого, из (12) и (13) следует, что критическая скорость невозмущенного потока зависит от распространения стержней в теле оболочки.

Если же устойчивость теряется по несимметричной форме, то учитывая, что n^2 мало по сравнению $m^2 = kR$, членами $\frac{n^2 C_{ik}}{m^2 C_{11}}$, $\frac{n^2 A_{ik}}{m^2 A_{22}}$ можно пренебречь.

Тогда критическая скорость, принимающая минимальное значение в близи m и n, удовлетворяет уравнение

$$C_{11}m^2 A_{22}m^2 - R^2 A_{22}m = 0. \qquad (15)$$

В этом случае для критической скорости получим следующую формулу:

$$\bar{U}_{\min} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}\frac{1}{R\sqrt{\rho h\delta}}\sqrt{C_{11}m^2 + \frac{R^2}{A_{22}m^2}}. \qquad (16)$$

Однако наибольший интерес представляют значения аргументов k и n, вблизи которых критическая скорость принимает минимальное значение.

Рассмотрим случай, при котором имеет место симметрическая форма потери устойчивости ($n = 0$) и критическая скорость принимает минимальное значение при

$$k^2 = \frac{1}{R\sqrt{C_{11}A_{22}}}.$$

В этом случае для скорости получим:

$$\bar{U}_{min} = \sqrt{\frac{a}{\rho h\delta R^2}\sqrt[4]{\frac{C_{11}}{A_{22}}}}\left(1 + \frac{2\varepsilon}{\mu}\right) \qquad (17)$$

Для большей наглядности представим зависимость критической скорости от угла φ графически. Для этого преобразуем вы-

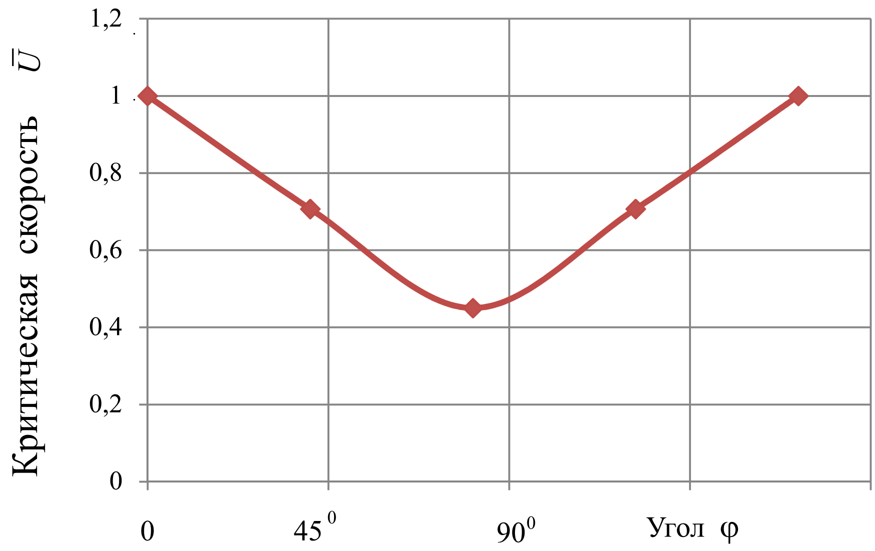

Рис. 2. Зависимость критической скорости от угла φ

ражение (17) с учётом (15) и (6,7), считая $\varepsilon = 0$

$$\bar{U} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4\delta^2\left(\sin^4\varphi\right)}{a^2}}} \qquad (18)$$

Результат расчета приведен на рис. 2. Как видно из рисунка, критическая скорость флаттера может меняться зависимости от угла φ

Список литературы

1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. Главная. – М.: Наука, 1974. – 448 с.

2. Вольмир А.С. Устойчивость деформированных систем. – М.: Наука, 1967. – 984с.

3. Вольмир А.С. Об устойчивости цилиндрических оболочек при динамическом нагружении // ДАН. – 1953, т. 123, № 5. – С. 806–808.

4. Немеребаев М., Бекмуратов М.М., Немеребаева А. Параметрические колебания сетчатой оболочки из композиционных материалов // IX Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы науки XXI века» (30.04.2016 г.) 3 часть. – М., 2016. – С. 22–27.

5. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1956. – 600 с.