

УДК 627.81 (575.2)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАКТОРОВ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОБЪЕМОВ ВОДЫ В ТОКТОГУЛЬСКОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Адылова Э.С.

Кыргызско – Узбекский университет, Ош, e-mail: A_elmira01@mail.ru

В данной статье анализируется объем воды Токтогульского ГЭСа по годам и определено прогнозный объем воды данного водохранилища. Используя алгоритм расчета по скалярному способу и уравнений многофакторной регрессии создана математическая модель для прогнозирования объема воды. Прогнозное определение объема воды, накапливаемое в Токтогульском водохранилище (ТВ) относятся к классу сложных объектов, имеющих большое число независимых факторов. Для получения адекватной математической модели прогнозируемого количества объема воды в ТВ, необходимо сократить перечень факторов до минимума, поскольку с ростом количества факторов трудоемкость моделирования растет как степенная функция. В связи с этим нужно производить по следующим критериям: фактор не влияющие целевую функцию и факторы коррелированные (имеющие сильную внутреннюю связь). Для изучения данной проблемы используем информации по объему воды в Токтогульском водохранилище по годам. Результаты проведенного исследования показали, что обе способы получения уравнения многофакторной регрессии являются адекватной и позволяют сделать вывод о пригодности данных способов (моделей) для прогнозирования объема накопления воды.

Ключевые слова: скалярный способ, многофакторная регрессия, электроэнергия, водохранилище, математическая модель, целевая функция

DEFINITION OF FACTORS AND INDICATORS OF VOLUMES OF WATER IN THE TOKTOGULSKY RESERVOIR WITH USE OF MATHEMATICAL MODELS

Adylova E.S.

Kyrgyz Uzbek University, Osh, e-mail: A_elmira01@mail.ru

This article analyzed so the volume of water of Toktogul Gus data and determined the forecast volume of water of the reservoir. Using, the calculation algorithm of the scalar method and multivariate regression equations created a mathematical model to predict the volume of water. Forecast to determine the amount of water trapped in the Toktogul reservoir (tv) belong to the class of complex objects with a large number of independent factors. To obtain adequate mathematical model predicted the number of the volume of water in the tv, it is necessary to reduce the list of factors to a minimum, because the increasing number of factors laboriousness modeling grows as power function. In this regard, the need to produce according to the following criteria: factor not affecting the target function and correlated factors (having a strong internal communications). To study this issue, use the information on the volume of water in the Toktogul reservoir for years. Results of studies have shown that the two methods of obtaining the equation multiple regression are adequate and allow us to conclude on the suitability of these methods (models) for predicting the volume of water accumulation.

Keywords: scalar way, multiple-factor regression, electric power, reservoir, mathematical model, criterion function

Вопрос прогнозирования объема воды, накапливаемой в Токтогульском водохранилище (ТВ) относится к классу сложных задач, имеющих большое число независимых влияющих факторов. Для получения максимально точной математической модели необходимо сократить перечень этих факторов до минимума, поскольку от их количества трудоемкость моделирования возрастает как степенная функция. В связи с этим нужно произвести отбор по следующим критериям: – факторы, не влияющие на целевую функцию и факторы коррелированные.

Для изучения данной проблемы используем информацию по объему воды в Токтогульском водохранилище по годам (табл. 1) [1].

Используя математические методы определим прогнозируемый объем воды с использованием множественного регрес-

сионного анализа. Суть данного метода заключается в том, что для выбранного параметра определяется набор нескольких независимых факторов, влияющих на целевую функцию, и выводится зависимость в виде следующего уравнения (уравнения регрессии) [2, 3]:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 \quad (1)$$

где y – значения общего показателя; a_0 – свободный член; x_1, x_2, x_3, x_4 – независимые переменные; a_1, a_2, a_3, a_4 – переменные влияющие на общий результат.

С использованием данных, приведенных в табл. 1, на основе метода наименьших квадратов получим:

$$y = 12,315 + 0,039x. \quad (2)$$

График этой функции представлен на рисунке.

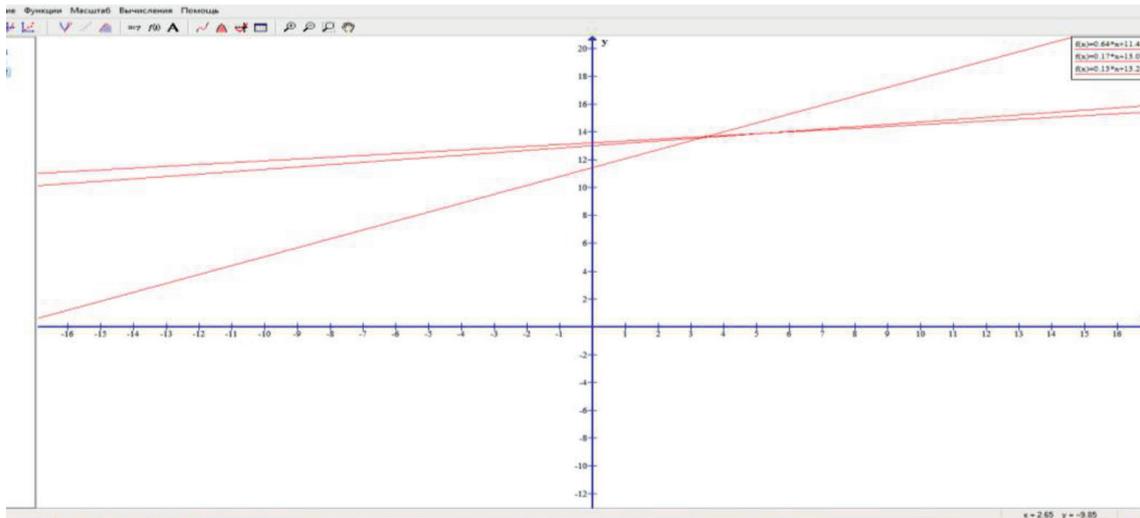


График функции

Таблица 1

Объем накопленных вод по годам в Токтогульском водохранилище

№ п/п	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
1	12,936	8,718	8,706	15,204	17,892	15,775	13,073	10,423	9,488	13,075

Если целевая функция y зависит от нескольких параметров (см. табл. 2), то зависимость $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ можно получить с помощью других способов.

Производим расчет параметров уравнения с учетом табл. 1 и 2. Вычисления можно провести двумя способами:

1. Алгоритм расчета по скалярному способу:

составим матрицы, используя обозначения факторов из табл. 2:

$$A = \begin{pmatrix} h & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \\ X_1 & X_1^2 & X_1X_2 & X_1X_3 & X_1X_4 \\ X_2 & X_1X_2 & X_2^2 & X_2X_3 & X_2X_4 \\ X_3 & X_1X_3 & X_2X_3 & X_3^2 & X_3X_4 \\ X_4 & X_1X_4 & X_2X_4 & X_3X_4 & X_4^2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$B = \begin{pmatrix} Y_1 * X_1 \\ Y * X_2 \\ Y * X_3 \\ Y * X_4 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Решение находим с помощью следующего матричного уравнения:

$$X = A^{-1} * B. \quad (5)$$

Решив его, получим соответствующее уравнение множественной регрессии с конкретными числовыми значениями a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 - a_4x_4. \quad (1')$$

С помощью уравнения (1') можно рассчитать объем воды, накопленный в разные годы в Токтогульском водохранилище.

Регрессионное уравнение для данного случая имеет вид:

$$y = 12,315 + 0,039x.$$

2. Запишем данные наблюдений и параметры математической модели в матричном виде.

Значения независимых переменных запишем в виде прямоугольной матрицы размерности $n \times (p + i)$ где p – количество факторов, n – фактическое количество объемов воды в разные годы.

$$X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ 1 & X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{10,1} & X_{10,2} & X_{10,3} & X_{10,4} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Таблица 2

Основание факторы оказывающие влияние на объема накопленной воды

Обозначения факторов	Факторы	Наименование факторов и их обозначения
X_1	влияние погодных условий	1 – сухая погода 2 – дождливая погода
X_2	выброс воды с хозяйственных работ	1 – для сельскохозяйственных работ 2 – технический выброс
X_3	выработка электроэнергии	1 – экспорт энергии в зарубежные страны 2 – для покрытия
X_4	внутреннее потребление	1 – непокрытые 2 – топливного покрытия
X_5	состояние ГЭС	1 – плохая 2 – хорошая

Таблица 3

Сравнительный анализ расчётных и фактических значений объема воды ТВ по годам

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Годы	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Фактический объем, млрд м ³	12,936	8,718	8,706	15,204	17,892	15,775	13,073	10,423	9,488	13,075
Расчетный объем, млрд м ³	12,354	12,393	12,432	12,471	12,51	12,549	12,588	12,627	12,666	12,705

Здесь каждому столбцу матрицы (6) соответствует n-значений одного из факторов. Первый столбец состоит из «1», которые показывают значение переменных при свободном члене.

Из методов наименьших квадратов можно получить:

$$S = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (7)$$

При этом после определенных преобразований вектор S (вектор оценок) будет выглядеть следующим образом:

$$S = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}.$$

В результате получится уравнение регрессии для определения объема воды в ТВ:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4. \quad (8)$$

При этом уравнения типа (1¹) и (8), полученные по скалярному способу или по матричному методу, будут идентичными.

Таким образом, результаты проведенного исследования показали, что оба способа получения уравнения многофакторной регрессии являются адекватными и позволяют сделать вывод об их пригодности для прогнозирования объема накопления воды в ТВ, и тем самым могут быть использованы в технологических расчетах при производстве электроэнергии в электростанции Токтогульском ГЭСе.

Список литературы

1. Tazabek. Деловые новости Кыргызстана, обзоры рынков. – URL: www.tazabek.kg.
2. Информационно аналитический портал. – URL: www.pr.kg.
3. Зализнян В.Е. Основы научных вычислений. Введение в численные методы для физиков. – М.: Едиториял УРСС, 2002. – 290 с.
4. Моделирование систем и процессов. Под ред. В.Н. Волковой и В.Н. Козлова. – М.: Юрайт, 2015. – 449 с.