

УДК 57: 612.76

МЕТОД И УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ УПРУГИХ СВОЙСТВ ПОЛЫХ ОРГАНОВ

Муслов С.А., Зайцева Н.В.

ГБОУ ВПО Московский государственный медико-стоматологический университет (МГМСУ)
им. А.И. Евдокимова Минздрава РФ, Москва, e-mail: muslov@mail.ru, nataliy-zajceva@yandex.ru

В данном сообщении изложен метод исследования упругих свойств полых органов человека и животных, таких как кровеносные сосуды, желчевыводящие протоки и др. живых организмов. Неизменный объём стенки органов при деформации и ортотропность механических свойств позволяет упростить анализ их напряжённо-деформированного состояния и расчётные формулы. Предложена экспериментальная установка, позволяющая измерить упругие модули стенки общего желчного протока человека инфузионным методом. В заключении *in vitro* получены кривые зависимостей напряжение-деформация протоков в продольном $\sigma_z = \sigma_z(\epsilon_z)$ и кольцевом $\sigma_\theta = \sigma_\theta(\epsilon_\theta)$ направлениях, где ϵ_z и ϵ_θ – компоненты деформации, σ_z и σ_θ – соответствующие им напряжения. Упругие модули холедоха $E_z(\epsilon_z)$ и $E_\theta(\epsilon_\theta)$ определялись дифференцированием соответствующих регрессионных зависимостей. Аналитически диаграммы были описаны экспоненциальными зависимостями вида $\sigma = \alpha(e^{\beta\epsilon} - 1)$, а коэффициенты α и β найдены с помощью функции *genfit* пакета MATHCAD 13.0.

Ключевые слова: биомеханика, упругие модули, полые органы, холедох

METHOD AND INSTALLATION FOR MEASURING ELASTIC PROPERTIES OF THE HOLLOW ORGANS

Muslov S.A., Zaytseva N.V.

A.I. Evdokimov Moscow State Medical Stomatological University (MSMSU), Moscow,
e-mail: muslov@mail.ru, nataliy-zajceva@yandex.ru

This report describes a method for studying the elastic properties of human and animal hollow organs, such as blood vessels, bile ducts, and other living organisms. The invariable volume of the walls of the organs during deformation and the orthotropic nature of the mechanical properties make it possible to simplify the analysis of their stress-strain state and the calculated formulas. An experimental setup is proposed that allows to measure the elastic moduli of the wall of the common bile duct of a person by the infusion method. In conclusion *in vitro* curves of stress-strain dependences of ducts in the longitudinal $\sigma_z = \sigma_z(\epsilon_z)$ and annular directions $\sigma_\theta = \sigma_\theta(\epsilon_\theta)$ were obtained, where ϵ_z and ϵ_θ are the components of deformation, σ_z and σ_θ are the stresses corresponding to them. The elastic moduli of choledochus $E_z(\epsilon_z)$ and $E_\theta(\epsilon_\theta)$ were determined by differentiating the corresponding regression dependences. Analytically, the diagrams were described by exponential dependencies of the form $\sigma = \alpha(e^{\beta\epsilon} - 1)$, and the coefficients α and β were found using the function *genfit* of the MATHCAD 13.0.

Keywords: biomechanics, elastic moduli, hollow organs, choledochus

Получение расчетных формул

Расчет деформаций (ϵ_z и ϵ_θ) производился в цилиндрической системе координат (z , r , θ) и был основан на следующих предположениях: форма общих желчных протоков идеально цилиндрическая; стенка протоков представляет собой единое целое; материал стенки несжимаем [1]; отношение модулей стенки к радиусу протоков мало [10]; толщину стенки при 0 кПа можно измерить. Объём стенки V , таким образом, считался постоянной величиной, равной объёму V_0 при давлении 0 кПа:

$$V = V_0 = [r^2 - (r - h)^2] \pi l = [r_0^2 - (r_0 - h_0)^2] \pi l_0, \quad (1)$$

где r_0 , h_0 и l_0 – внешний радиус, толщина и длина сегмента протока, измеренные при давлении 0 кПа, r , h и l – внешний радиус, толщина и длина, измеренные при избыточном давлении (рис. 1, а).

В связи с тем, что стенка протоков считалась тонкой, радиальная компонента ϵ_r деформаций не рассматривалась. При определении продольных и кольцевых интринсических напряжений использовали канонические формулы Лапласа для упругой полой трубки [7]. Далее определяли эффективные упругие модули $E_z(\epsilon_z) = \partial \sigma_z / \partial \epsilon_z$ и $E_\theta(\epsilon_\theta) = \partial \sigma_\theta / \partial \epsilon_\theta$.

Толщина стенки h при произвольном давлении вычислялась как

$$h = R - \sqrt{R^2 - \frac{V}{\pi l}}, \quad (2)$$

R и l – внешний радиус и длина соответственно при нагружении.

Величина измеренных и рассчитанных деформаций далее использовалась для вычисления кольцевых и продольных напряжений (рис. 1, б). В условиях равновесия связь напряжений и деформаций в кольце-

вом и продольном направлении определяли по формулам Лапласа. Согласно [9] кольцевое (оно же окружное) напряжение σ_θ , уравновешивающее избыточное внутреннее трансмуральное давление равно

$$\sigma_\theta = \frac{\Delta P \cdot r_i}{h}, \quad (3)$$

где ΔP – трансмуральное давление, а $r_i = R - h$ – внутренний радиус.

Избыточное давление рассчитывали по известному гидростатическому. Поскольку ось протока в ванне с физиологическим раствором проходила через основание колонны давления (рис. 1, в), то по закону Паскаля трансмуральное давление совпадало с гидростатическим, приложенным к сегменту:

$$\Delta P = \rho g H, \quad (4)$$

здесь ρ – плотность жидкости, $g = 9,81 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-2}$ – ускорение свободного падения, H – высота столба жидкости.

Продольное напряжение σ_z вычислялось как

$$\sigma_z = \frac{\Delta P \cdot r_i}{2h}. \quad (5)$$

Несмотря на то, что деформации были достаточно большие, для простоты они вычислялись как деформации Коши [2]. Величина деформации в кольцевом направлении определялась как

$$\epsilon_\theta = \frac{r_m - r_{0m}}{r_{0m}} = \frac{\Delta r_m}{r_{0m}}, \quad (6)$$

где $r_m = \frac{R + r_i}{2} = R - \frac{h}{2}$ – среднечисловой радиус (внешний радиус за вычетом половины толщины протока) при различных приложенных напряжениях, r_{0m} – среднечисловой радиус при 0 кПа.

Относительная деформация в продольном направлении рассчитывалась как

$$\epsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}, \quad (7)$$

здесь l – длина сегмента протока, измеренная под давлением, l_0 – соответствующая длина, измеренная при 0 кПа.

В результате использовались следующие формулы для расчёта кольцевых и продольных деформаций ϵ_θ , ϵ_z и напряжений σ_θ , σ_z :

$$\epsilon_\theta = \frac{\sqrt{\frac{S^2}{4l^2} - \frac{V}{\pi l}} + \frac{S}{2l}}{\sqrt{\frac{S_0^2}{4l_0^2} - \frac{V_0}{\pi l_0}} + \frac{S_0}{2l_0}} - 1, \quad \epsilon_z = \frac{l - l_0}{l_0},$$

$$\sigma_\theta = \frac{P}{\sqrt{1 - \frac{4Vl}{\pi S^2}} - 1} \quad \text{и} \quad \sigma_z = \frac{0,5P}{\sqrt{1 - \frac{4Vl}{\pi S^2}} - 1}. \quad (8)$$

В итоге расчётная схема для определения внутренних напряжений и упругих дифференциальных модулей E_z и E_θ полых органов при механических испытаниях инфузионным методом имела вид (рис. 2).

Условные обозначения: $V = V_0$ – объём стенки сегмента органа, измеренный между специальными метками; R – внешний радиус; l – длина; S – площадь; r_i – внутренний радиус; r_m – среднечисловой радиус; h – толщина стенки; σ_z , ϵ_z – напряжение и относительная деформация в продольном направлении; σ_θ , ϵ_θ – напряжение и относительная деформация в кольцевом (окружном) направлении; ρ – плотность, H – высота столба жидкости; ΔP – избыточное давление.

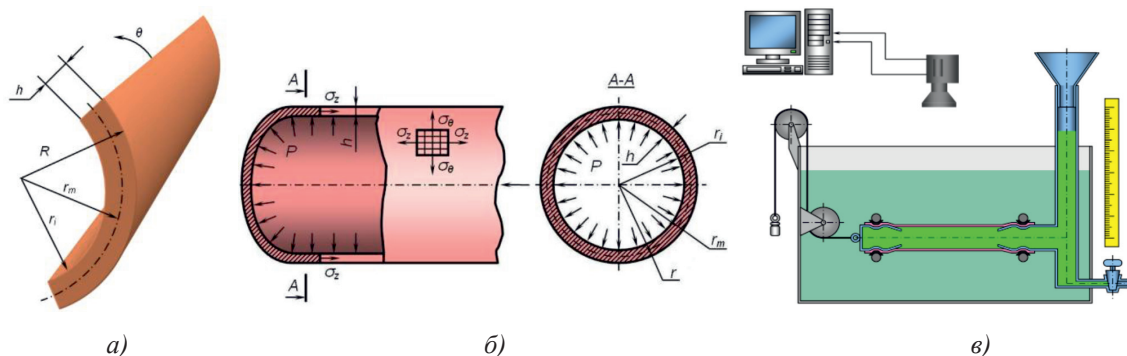


Рис. 1. Сегмент стенки протока (а). Схема возникновения напряженно-деформированного состояния (НДС) в стенке протока под действием внутрипротокового давления P (б). Экспериментальная установка для исследования упругих свойств желчных протоков в условиях, близких к физиологическим (в)

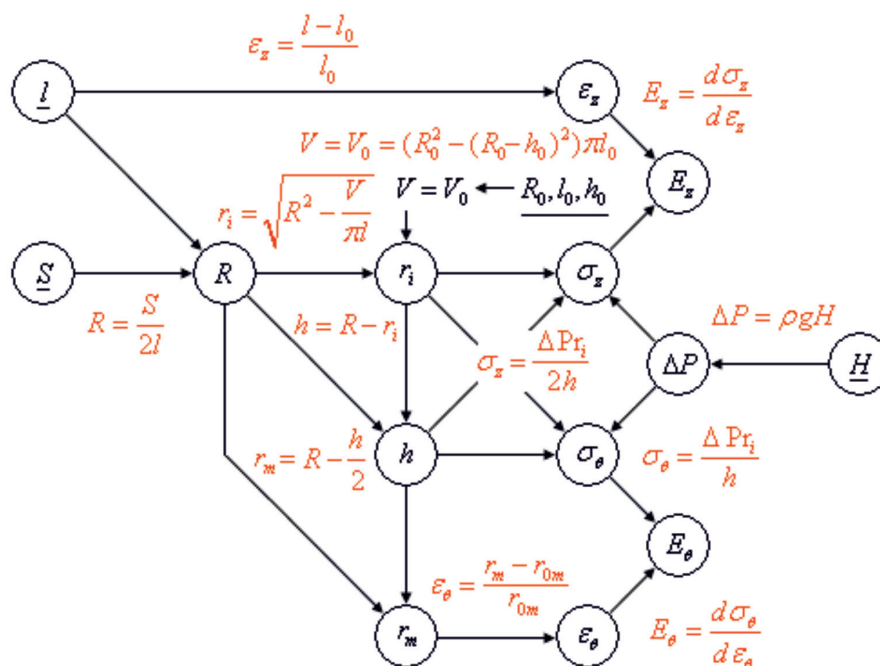


Рис. 2. Последовательность расчётов при вычислении деформаций, напряжений и упругих модулей общего желчного протока

Величины, определённые путём прямых измерений – подчеркнуты.

Подготовка образцов и механические испытания

Механические испытания были проведены инфузионным методом [4, 6]. Такой тип испытаний даёт больше достоверной информации, чем одноосное растяжение изотропных материалов [8], хотя последний более прост и доступен. Исследование желчных протоков при внутреннем давлении в условиях, близких к физиологическим, позволило получить более достоверную информацию об их деформационном поведении.

Измерения проводились в пластиковом контейнере в среде буферного раствора Кребса – Рингера с $pH = 7$, моделирующем физиологические жидкости организма при температуре $37^\circ C$. В этом же растворе образцы хранились до испытаний. Исследования выполнены на трупных органах. Взятие и подготовку органов проводили по стандартной методике. Резецированный участок холедоха отмывали струёй проточной воды и освобождали от слоя жировой клетчатки. Вырезка органов осуществлялась как можно ближе к моменту смерти. Для минимизации мышечных сокращений в 1 л раствора добавлялось $0,1 \text{ г Ca}^{2+}$ связывающего агента EGTA. В качестве инфузионной системы

использовались комплектующие от стандартного устройства для вливаний лекарственных растворов SFM Hospital Products GmbH. Проксимальный конец фрагмента протока соединялся с канюлей – полый трубкой системы. Нагнетание давления осуществлялось с помощью колонны гидростатического давления.

Другой конец, ближайший к сфинктеру Одди, как можно дистальнее перевязывался специальной легирующей нитью с покрытием, снижающим прорезывание тканей и прочно удерживающей узлы. Величина трансмурального давления определялась по высоте столба жидкости и изменялась ступенчато от 0 до 10 кПа (1 кПа = 10 см H_2O) с шагом 1 кПа. Изображение протока под избыточным давлением записывалось на видеокамеру Nikon CoolPix 5600 и подавалось на персональный компьютер. Далее захваченное изображение преобразовывалось в оттенки серого и обрабатывалось графическими пакетами SigmaScan Pro 5.0 или ImageJ. Эти программы позволяют работать практически с любыми типами изображений, получаемых с внешних устройств. Кроме того, они имеют удобный интерфейс, созданный специально для учёных и специалистов, не являющихся экспертами в области обработки изображений, позволяют быстро получить необходимую информацию об изображении и сократить время прове-

дения исследований. Замер относительных деформаций в продольном направлении производился при помощи калиброванной координатной сетки. Чтобы исключить краевые эффекты, длина и площадь сегмента протока при канюлировании измерялись между двумя специальными метками, нанесёнными на образец на определённом расстоянии от его концов. Для определения величины деформаций в кольцевом направлении внешний диаметр протоков вычислялся по измеренным длине и площади. Начальная толщина исследуемых препаратов определялась с помощью нескольких измерений микрометром, по которым вычислялось среднее значение. Перед основными испытаниями для стабилизации свойств изучаемого образца применяли предподготовку посредством многократного растяжения до деформации, составляющей 50 % от максимальной.

обладают анизотропными механическими свойствами, класс упругой симметрии – ортотропия, и легче растяжимы в продольном, чем в кольцевом направлении. Кривые напряжение – деформация взятых образцов стенки желчных протоков в обоих направлениях имеют характерный J – вид типичный для полых органов, например крупных артерий [3, 5], что косвенно свидетельствует о коллаген-эластиновой природе пассивных механических свойств стенки желчного протока. Численно диаграммы могут быть описаны экспоненциальной функцией $\sigma = \alpha(e^{\beta\epsilon} - 1)$, а значения коэффициентов α и β – найдены с помощью функции нелинейной регрессии общего вида *genfit*, встроенной в среду MathCAD 13.0. Упругие модули были определены дифференцированием соответствующих регрессионных зависимостей. Данный способ аппроксимации оказался эффективен и показал высокую точность.

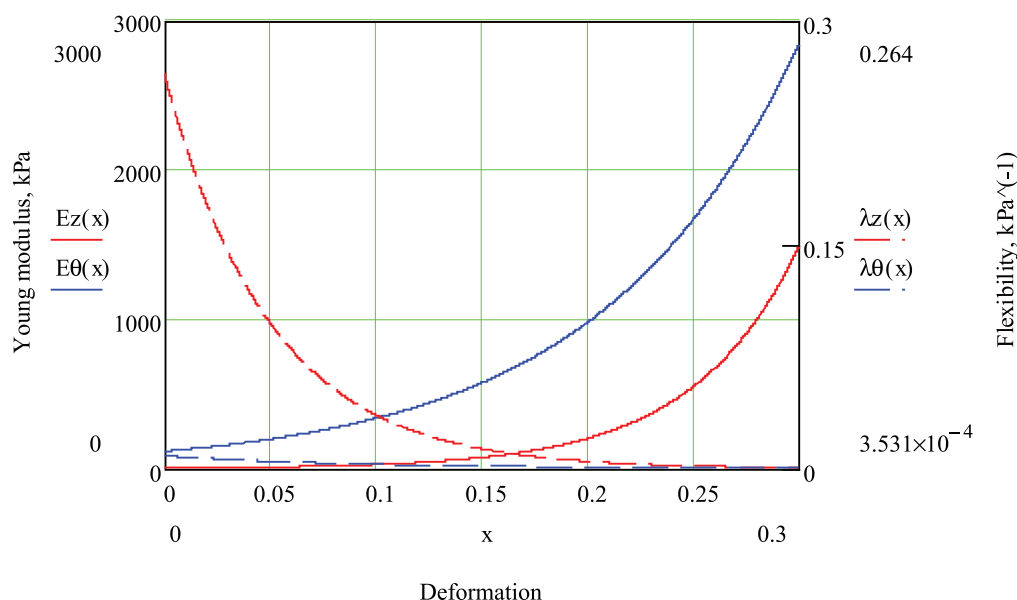


Рис. 3. Упругие дифференциальные модули Юнга E и коэффициенты податливости λ общего желчного протока в продольном (—) и кольцевом (---) направлениях в зависимости от величины относительной деформации

Обсуждение результатов измерений

В результате испытаний были получены зависимости напряжение – деформация и рассчитаны численные значения дифференциальных модулей упругости стенки протока в кольцевом и продольном направлениях (рис. 3). Для всех органов, отобранных для исследований, кривые напряжение – деформация были идентичны. Кривые существенно нелинейны и сдвинуты относительно друг друга по оси деформаций. Это означает, что желчные протоки

В результате в продольном направлении установлено: $\sigma_z(\epsilon_z) = 0,19(e^{19,89\epsilon_z} - 1)$ кПа и $E_z(\epsilon_z) = 3,79e^{19,89\epsilon_z}$ кПа (коэффициент достоверности регрессии 0,99), в кольцевом – $\sigma_\theta(\epsilon_\theta) = 11,24(e^{10,61\epsilon_\theta} - 1)$ кПа и $E_\theta(\epsilon_\theta) = 119,24e^{10,61\epsilon_\theta}$ кПа (коэффициент достоверности регрессии 0,98) соответственно. Коэффициенты податливости определялись как $\lambda_z(\epsilon_z) = E_z^{-1}(\epsilon_z)$ и $\lambda_\theta(\epsilon_\theta) = E_\theta^{-1}(\epsilon_\theta)$ (рис. 3). Упругие модули стенки общего желчного протока учитыва-

лись далее при компьютерном моделировании (численном анализе корреляции механического воздействия и билиарной боли).

Список литературы

1. Березовский В.А., Колотило Н.Н. Биофизические характеристики тканей человека. Справочник. – Киев: Наукова думка, 1990. – 224 с.
2. Грин А., Адкинс Дж. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. – М.: Мир, 1965. – 456 с.
3. Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У. Механика кровообращения. – М.: Мир, 1981. – 624 с.
4. Пурина Б.А., Касьянов В.А. Биомеханика крупных кровеносных сосудов человека. – Рига: Зинатне, 1980. – 260 с.
5. Dobrin P. Mechanical properties of arteries // *Physiological Review*. – Vol. 58, № 2. – P. 397–460.
6. Duch B., Andersen H., Gregerson H. Mechanical properties of the porcine bile duct wall // *BioMed. Engineer. OnL.* – 2004. – Vol. 3, № 23. – P. 1–8.
7. Fung Y.C. *Biomechanics: Motion, Flow, Stress, and Growth*. New York: Springer-Verlag, 1990. – 594 p.
8. Fung Y.C. Elasticity of soft tissues in simple elongation // *American Journal of Physiology*. – Vol. 213, № 6. – P. 1532–1544.
9. Gosling R., V. Budge V. Terminology for describing the elastic behavior of arteries // *Hypertension*. – 2003. – P. 1180–1182.
10. Mahour G.H., Wakim K.G., Ferris D.O. The common bile duct: its diameter and circumference // *Annals of surgery*. – 1967. – Vol. 165, № 3 – P. 415–419.