УДК 004:621.01

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБРАТНОЙ КИНЕМАТИКИ И СИСТЕМЫ MATLAB ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ РЫЧАЖНОЙ ПЛАТФОРМОЙ СТЮАРТА

Сейдахмет А.Ж., Абдураимов А.Е., Камал А.Н.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, e-mail: zizo_waterpolo@mail.ru

Создан макет платформы Стюарта. При разработке системы управления использовались уравнения обратной кинематики запрограммированные в системе Matlab. Для установления связи программы написанной в системе Matlab в системе управления использовался микроконтроллер Arduino. Управление сервоприводами осуществлялось путем перемещения ползунков настроенных на три перемещения и три вращения центра тяжести платформы в специальном окне. Это окно имеет также управление ползунками каждого из шести двигателей и анимацию движения платформы, зависящую от перемещения ползунков. Динамическую модель платформы Стюарта получили с помощью встраиваемой библиотеки SimMechanics в системе Matlab Simulink и трехмерной модели платформы Стюарта.

Ключевые слова: платформа Стюарта, кинематика, динамика, модель

USING THE INVERSE KINEMATICS AND THE MATLAB SYSTEM FOR CONTROLLING THE STEWART PLATFORM

Seydakhmet A.Zh., Abduraimov A.E., Kamal A.N.

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, e-mail: zizo_waterpolo@mail.ru

The model of the Stewart platform is created. When developing the control system, used the inverse kinematics equations programmed in the Matlab system. To establish the connection of the program written in the Matlab system, the microcontroller Arduino was used in the control system. Servo drives were controlled by moving sliders configured for three movements and three rotations of the center of gravity of the platform in a special window. This window also controls the sliders of each of the six engines and the animation of the platform motion, depending on the movement of the sliders. The dynamic model of the Stewart platform was obtained using the SimMechanics embedded library in the Matlab Simulink system and the three-dimensional model of the Stewart platform.

Keywords: Stewart platform, kinematics, dynamics, model

Исследование кинематики, динамики и управление платформой Стюарта (ПС) имеется во многих публикациях, в частности [1–3]. Была выбрана конструкция рычажной ПС с шестью степенями свободы и управляемой шестью сервоприводами.

Целью настоящей работы является проектирование, изготовление макета, создание системы управления ПС, имеющей простую конструкцию и низкую стоимость.

Материалы и методы исследования

На рис. 1 показана трехмерная модель ПС, созданная в компьютерной системе Inventor.

Как видно из рисунка, размеры ПС проектировались с учетом размеров сервопривода марки SM-S8330M. На двигатель надевается рычаг. Стержень с двумя сферическими шарнирами на концах соединяется снизу с рычагом, сверху с платформой. Основные детали ПС были изготовлены из пластмассы на лазерном станке с использованием компьютерных моделей.

Результаты исследования и их обсуждение

Для управления сервоприводами ПС была рассмотрена обратная кинематика ПС, поскольку прямая кинематика дает 40 возможных решений [1]. Сама платформа Стюарта состоит из подвижной платформы и основания, соединенных шестью стержнями со сферическими шарнирами на концах с шестью рычагами.

Рис. 1. Трехмерная модель ПС, созданная в компьютерной системе Inventor

Основание имеет систему координат с осями x, y, z. Платформа имеет свою подвижную систему координат x', y', z'. Начало координат платформы определяется с помощью 3 поступательных перемещений вдоль осей x, y, z относительно основания.

Три угла поворота вокруг осей определяют ориентацию платформы по отношению к основанию: поворот на угол ψ вокруг оси z, поворот на угол θ вокруг оси y, поворот на угол φ вокруг оси x.

Рассмотрим поворот относительно оси z на угол ψ. Тогда матрица вращения $R_z(\psi)$ имеет вид

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_z(\psi) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

и $$R_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Аналогично, имеем матрицу вращения для поворота вокруг оси y на угол θ

$$R_y = (\theta) \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}.$$

Для третьего поворота на угол φ вокруг оси x имеем

$$R_x(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}.$$

Полная матрица вращения платформы по отношению к основанию затем определяется по формуле

$$^{p}R_B = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\varphi) =$$

$$\begin{pmatrix} \cos\psi\cos\theta & -\sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\sin\theta\sin\varphi & \sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\sin\theta\cos\varphi \\ \sin\psi\cos\theta & \cos\psi\cos\varphi + \sin\psi\sin\theta\sin\varphi & -\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\sin\theta\cos\varphi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\varphi & \cos\theta\cos\varphi \end{pmatrix}$$

Теперь рассмотрим i-ый стержень платформы Стюарта.

Координаты q_i точки ссоединения верхней точки P_i относительно системы координат основания задаются уравнением

$$q_i = T + {}^{p}R_B \cdot p_i.$$

Здесь вектор T описывает линейное перемещение начала координат платформы по отношению к системе координат основания, p_i – является вектором, определяющим координаты точки соединения P_i относительно системы координат платформы.

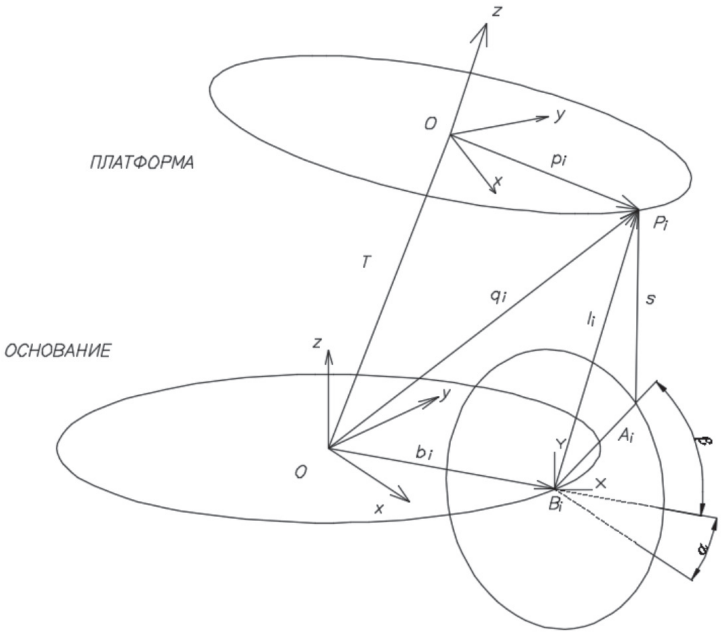

Рис. 2. Системы координат основания и платформы

Аналогичным образом длина i-ого стержня задается в виде

$$l_i = T + {}^{p}R_B \cdot p_i - b_i,$$

где b_i – вектор, определяющий координаты нижней точки B_i соединения стержня. С помощью 6 уравнений определяют длины 6 стержней, таким образом определяется положение и ориентация платформы.

На рис. 2 также показан сервопривод с центром вращения в точке B_i. Необходимо определить угол поворота вала сервопривода. При нахождении формулы использовались следующие обозначения: a – длина рычага сервопривода, A_i – точки соединения рычага с нижней точкой стержня i-го сервопривода с координатами $a = [x_a, y_a, z_a]$ в системе координат основания, B_i – точки вращения центра рычага сервопривода с координатами $b = [x_b, y_b, z_b]$ в системе основания, P_i – точки соединения верхнего шарнира стержня с платформой, с координатами $p = [x_p, y_p, z_p]$ в системе координат платформы, S – длина стержня, l_i = длина i-ого стержня, α – угол между рычагом сервопривода и горизонталью, β – угол между рычагом сервопривода и осью x.

Для четных и нечетных стержней можно записать

$$x_a = a\cos\alpha \cdot \cos\beta + x_b,$$
$$y_a = a\cos\alpha \cdot \sin\beta + y_b,$$
$$z_a = a\sin\alpha + z_b.$$

Рассмотрение геометрии рис. 2 приводит к уравнению:

$$L = M\sin\alpha + N\cos\alpha,$$

где

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{L}{\sqrt{M^2 + N^2}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{N}{M}\right),$$

$$L = l^2 - (s^2 - a^2),$$

$$M = 2a(z_p - z_b),$$

$$N = 2a[\cos\beta(x_p - x_b) + \sin\beta(y_p - y_b)].$$

Для определения положения, с которого начинается движение, выберем положение, когда платформа находится на высоте h_0 над основанием и нет поступательного или вращательного движений (рычаг и стержни находятся под прямым углом друг к другу). Тогда

$$q_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ h_0 + z_p \end{bmatrix}.$$

В этом случае

$$h_0 = \sqrt{s^2 + a^2 - (x_p - x_b)^2 - (y_p - y_b)^2} - z_p,$$

$$\alpha_0 = \sin^{-1}\left(\frac{L_0}{\sqrt{M_0{}^2 + N_0{}^2}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{M_0}{N_0}\right),$$

$$L_0 = 2a^2,$$

$$M_0 = 2a(x_p - x_b),$$

$$N_0 = 2a(h_0 + z_p).$$

Для спроектированной трехмерной модели был изготовлен макет ПС из пластика и металлических деталей. Для управления сервоприводами использовался микроконтроллер Arduino. Размеры деталей: a = 58 мм, S = 184 мм, $\beta_i = 60^0, 0^0, 180^0, 120^0, -60^0, -120^0$, углы точек закрепления шарниров на платформе с осью x – $\gamma_p = 334{,}2^0, 85{,}8^0, 94{,}3^0, 205{,}8^0, 214{,}2^0, 325{,}8^0$, углы точек закрепления сервопривода на основании с осью x – $\gamma_b = 7{,}6^0, 52{,}4^0, 127{,}6^0, 172{,}4^0, 247{,}6^0, 292{,}4^0$.

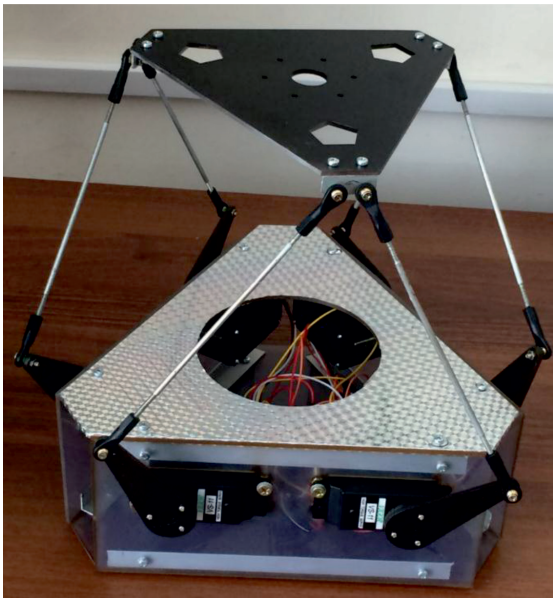

Рис. 3. Макет платформы Стюарта

Для проверки работоспособности изготовленного макета ПС, создания анимации движения и для управления сервоприводами была разработана программа в системе Matlab. Управление сервоприводами осуществлялось путем перемещения ползунков, настроенных на три перемещения и три вращения центра тяжести платформы в специальном окне (рис. 3). Это окно имеет также управление ползунками каждого из шести

двигателей и анимацию движения платформы, зависящую от перемещения ползунков. Кроме того, в окне имеется кнопка для установки начального положения ПС. Для установления связи программы написанной в системе Matlab к системе были подключены модули управления микроконтроллером Arduino. Таким образом, перемещение ползунка соответствующей координаты дает нам перемещение как на трехмерной анимации в окне, так и в самом макете ПС.

Диапазон движения платформы вдоль x, y и z осей составляет примерно ± 18, ± 19 и ± 16 мм, повороты вокруг осей x, y и z составляют около ± 6^0, ± 6^0 а также ± 7^0 соответственно.

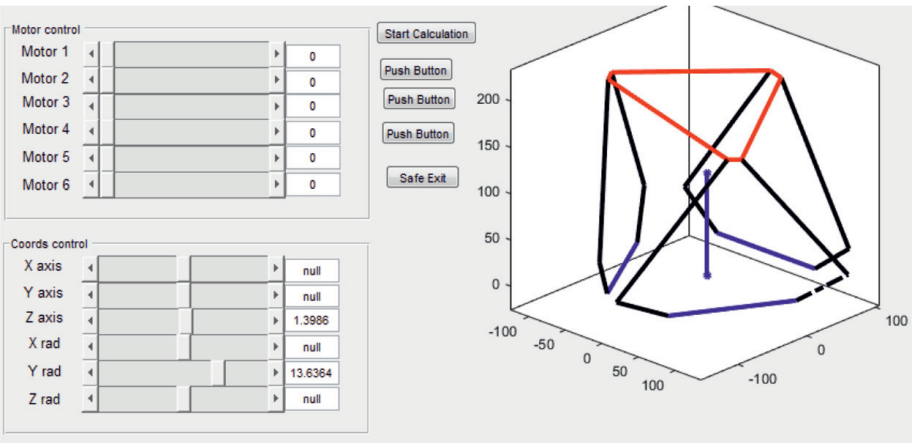

Рис. 4. Окно с ползунками управления и анимацией движения ПС

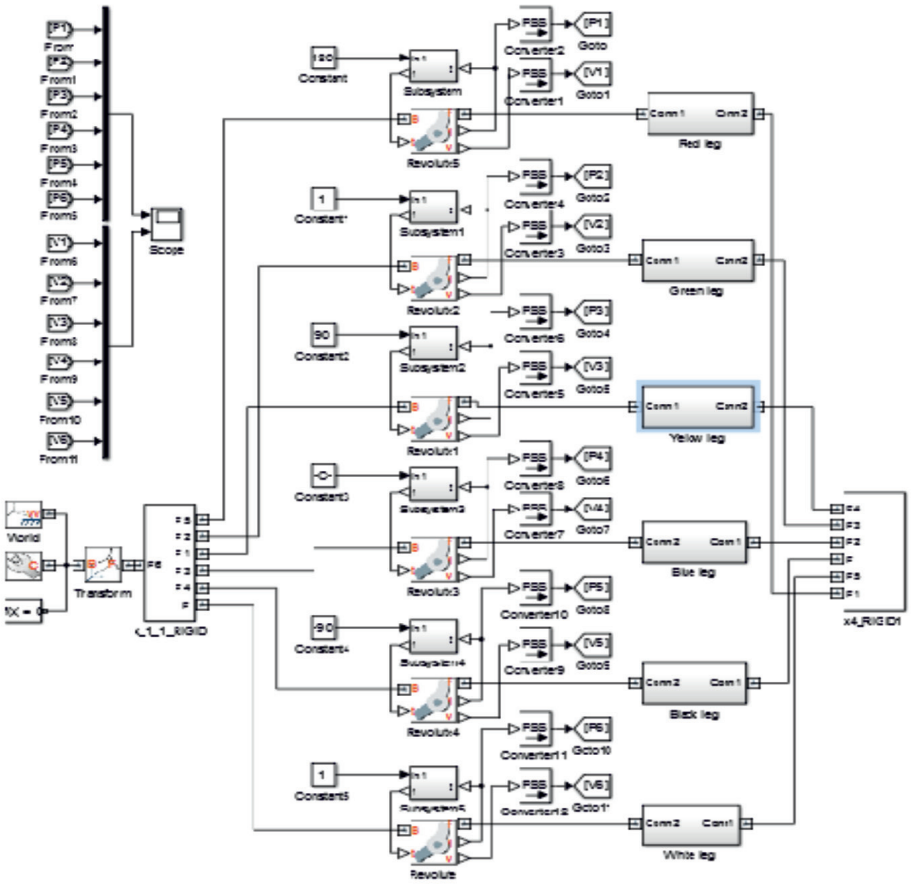

Рис. 5. Модель ПС в системе Matlab Simulink

Точность платформы ограничена в основном разрешающей способностью сервоприводов. Скорость работы сервоприводов составляет 0,22 сек 60°, крутящий момент двигателя – 30 кг/см.

С помощью встраиваемой библиотеки SimMechanics в систему Matlab Simulink и трехмерной модели платформы Стюарта получили блоки, которые с высокой точностью описывают твердые тела с учетом их массово-инерционных характеристик, расположения, степеней свободы и связей между ними, а также измерять параметры их движения под действием сил и моментов в различных системах координат.

С помощью этих блоков смоделировали механическую модель платформы Стюарта в системе Matlab Simulink.

Также была написана программа в системе Matlab для управления моделью платформы Стюарта. Каждый ползунок в программе отвечает за один из шести двигателей. Кнопка DEFAULT отвечает за сброс значений ползунков, а кнопка Scope выводит графики изменения положения и скорости каждой ноги платформы Стюарта.

Выводы

Создан макет платформы Стюарта. С использованием уравнений обратной кинематики, системы Matlab и микроконтроллера Arduino разработана система управления платформой Стюарта. Динамическую модель платформы Стюарта получили с помощью встраиваемой библиотеки SimMechanics в системе Matlab Simulink и трехмерной модели платформы Стюарта.

Список литературы

1. Fichter E. A Stewart Platform-Based Manipulator – General-Theory And Practical Construction // International Journal of Robotics Research, vol. 5, no. 2, pp. 157–182, 1986.

2. Dietmaier P. «The Stewart-Gough platform of general geometry can have 40 real postures» in Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control, Proceedings Paper, pp. 7–16, 6th International Symposium on Advances in Robot Kinematics, Salzburg, Austria, Jun-Jul, 1998.

3. Gao X., Lei D., Liao Q., and G. Zhang, «Generalized Stewart-Gough platforms and their direct kinematics», IEEE Transactions on Robotics, vol. 21, no. 2, pp. 141–151, 2005.