

УДК 534.232:539.32

ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ КРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ СОСТАВНОГО ВИБРАТОРА

Муслов С.А., Перцов С.С., Зайцева Н.В., Корнеев А.А.

ГБОУ ВПО «Московский государственный медико-стоматологический университет им. А.И. Евдокимова» Минздрава РФ, Москва, e-mail: muslov@mail.ru

Рассмотрены особенности применения метода ультразвукового составного вибратора, который традиционно используется для измерения упругих характеристик и внутреннего трения в твердых телах. Как правило, они связаны с большим затуханием в образцах, высокой температурой, при которой ведутся измерения, а также соотношением между продольными и поперечными размерами вибратора. Сущность метода – возбуждение стоячих волн в сложной системе, состоящей из преобразователя, образца и соединительного слоя. Несмотря на кажущуюся простоту метода, он имеет ряд особенностей, среди которых сложные расчетные формулы для монокристаллических образцов. Однако именно такие необходимы для измерения упругих постоянных твердых тел. Кроме того, технологически далеко не всегда возможно изготовить цилиндрические образцы с круглым поперечным сечением, а образцы призматической формы с прямоугольным сечением дополнительно усложняют расчеты. В результате соответствующие формулы в литературе, насколько известно авторам, вообще отсутствуют. В данной работе представлены точные формулы для расчета сдвиговых упругих постоянных монокристаллических образцов, полученных на основании измерений собственных частот крутильных колебаний при использовании метода составного вибратора. При выводе формул учтены поправки на деформацию поперечного сечения образцов при кручении.

Ключевые слова: акустический составной вибратор, кварц, упругие постоянные

MEASUREMENT PECULIARITIES OF CRYSTAL'S ELASTIC CONSTANTS BY COMPOUND VIBRATOR METHOD

Muslov S.A., Pertsov S.S., Zaytseva N.V., Korneev A.A.

A.I. Evdokimov Moscow State Medical Stomatological University, Moscow, e-mail: muslov@mail.ru

Features of the ultrasonic composite vibrator method, which is traditionally used for measuring elastic characteristics and internal friction in solids, are considered. As a rule, they are associated with a large attenuation in the samples, a high temperature at which measurements are taken, and also the relationship between the longitudinal and transverse dimensions of the vibrator. The essence of the method is the excitation of standing waves in a complex system consisting of a transducer, a sample and a connecting layer. Despite the apparent simplicity of the method, it has a number of features, among which are complex calculation formulas for single-crystal samples. However, just such are necessary for measuring the elastic constants of solids. In addition, it is technologically far from always possible to produce cylindrical specimens with a circular cross-section, and prismatic samples with a rectangular cross section further complicate the calculations. As a result, there are no corresponding formulas in the literature, as far as the authors know. In this paper, we present exact formulas for calculating the shear elastic constants of single-crystal samples obtained from measurements of natural frequencies of torsional oscillations using the composite vibrator method. The derivation of the formulas takes into account the corrections for the deformation of the cross section of the samples under torsion.

Keywords: acoustic compound vibrator, quartz, elastic constants

Общая информация о методе

Метод составного вибратора широко используется для измерения скорости звука, упругих модулей E и G поликристаллов, а также упругих постоянных c_{ij} монокристаллов твердых тел [1, 2]. Метод составного вибратора позволяет получить сведения также о неупругих свойствах материала. Данные по неупругим свойствам получают из измерения декремента затухания в широком диапазоне колебательной деформации, когда в материале образца возникает нелинейное амплитудно-зависимое поглощение. Таким образом, его можно применять для измерения внутреннего трения твердых тел.

При измерении упругих характеристик материалов метод основан на измерении резонансных частот продольных и крутиль-

ных колебаний в системе «преобразователь колебаний – образец». Как правило, в качестве активного элемента для возбуждения колебаний [3] используется кварцевый пьезоэлектрический преобразователь (рис. 1), обладающий высокой добротностью и стабильностью параметров в широком ультразвуковом диапазоне частот.

Измерения частоты механического резонанса пьезокварца и системы пьезокварц – образец позволяют рассчитать собственную частоту образца f_s :

$$f_s = f + \frac{m_0}{m_s}(f - f_0), \quad (1)$$

где f – резонансная частота системы пьезокварц – образец (собственная частота вибратора),

f_0 – резонансная частота пьезокварца (преобразователя),

m_0 – масса кварца,

m_s – масса образца.

Упругие свойства материалов затем рассчитывают из собственных частот соответствующих колебаний образцов.

Такой составной вибратор, состоящий из кварца и образца, называется двойным.

Особенности метода составного вибратора

Несмотря на то, что метод составного вибратора достаточно хорошо разработан, и его кажущуюся простоту, он имеет ряд ограничений и особенностей.

1. Его можно использовать только при температурах до 573 °С, так как при этой температуре происходит полиморфный фазовый переход α -кварца в β -кварц, решетка которого принадлежит гексагональной сингонии, и пьезоэлектрические свойства кварца резко ухудшаются. Для измерений при высоких температурах используют тройной вибратор с буферным стержнем. Детальный анализ работы составного тройного пьезоэлектрического вибратора выполнен в литературе.

2. Формула (1) получена для веществ с малым затуханием путем анализа электрической эквивалентной цепи составного вибратора и тем точнее, чем меньше затухание. При исследовании материалов с боль-

шим внутренним трением ($Q^{-1} > 0,1$) она не применима.

3. Точность метода повышается, когда резонансная частота составного вибратора близка к собственной частоте кварцевого преобразователя. В этом случае узел колебаний попадает на место соединения образца и преобразователя. В результате влияние соединительного слоя вибратора сводится практически к нулю. Фактически достаточно совпадения 5–10%, но это требует предварительной подгонки длины образцов [3]. Если упругие свойства материала сильно изменяются, например, в зависимости от температуры, то это может вызывать определенные неудобства при измерениях.

4. Кроме того, имеет место и обсуждается в литературе вопрос о выборе оптимальных соотношений продольных и поперечных размеров составного вибратора вследствие влияния паразитных мод колебаний. Для стержневых систем целесообразно соблюдать соотношение $(l_0 + l) / d \geq 10$, где l_0 – длина преобразователя, l – длина образца, d – поперечные размеры преобразователя и образца.

Определенные трудности составляет расчет сдвиговых упругих постоянных по собственным частотам монокристаллических образцов с некруговым поперечным сечением. Остановимся на этом моменте подробнее.

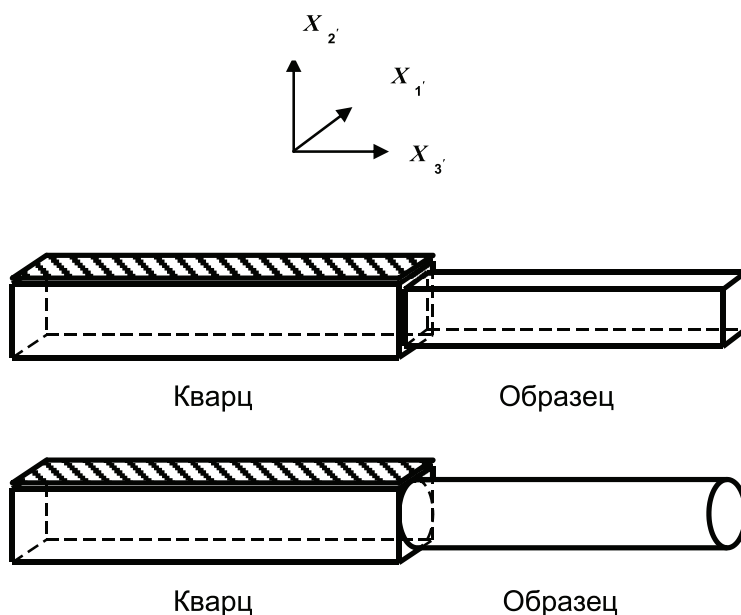


Рис. 1. Двойной составной пьезоэлектрический вибратор с образцами прямоугольного и кругового поперечных сечений в лабораторной системе координат

Получение расчетных формул для анизотропных образцов с круговым и прямоугольным поперечным сечением

Для образцов в виде стержней некругового поперечного сечения и крутильных колебаний нужно учитывать поправку на депланацию поперечного сечения образцов при кручении. Поперечные сечения прямоугольной, а также любой другой некруговой формы при кручении не остаются плоскими, а искривляются по некоторой поверхности. Точки поперечного сечения перемещаются вдоль продольной оси стержня. Величина поправки для сдвиговых упругих постоянных, рассчитанных из собственных частот крутильных колебаний, определена только для поликристаллических образцов и кристаллических образцов, когда ось кручения является осью симметрии не ниже третьего порядка. Для других направлений она в литературе отсутствует.

В то же время при исследовании упругих свойств кубических монокристаллов, весьма часто приходится применять образцы ориентаций $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ квадратного или прямоугольного сечения, хотя интерпретация кручения образцов квадратного или прямоугольного сечения значительно труднее (поэтому обычно используют образцы круглого сечения). Однако технологически далеко не всегда возможно изготовить цилиндрические образцы с круглым поперечным сечением.

Собственная частота крутильных колебаний стержня [4]

$$f_s = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{N}{\rho}} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{M}{I\rho\theta}}, \quad (2)$$

где N – динамическая упругая постоянная кручения,

M – статический вращающий момент,

I – момент инерции сечения на единицу длины стержня,

ρ – плотность материала стержня,

θ – деформация кручения.

Расчет, таким образом, сводится к нахождению надлежащего выражения для $M = M(\theta)$. Показано, что для анизотропного стержня с ребрами $a < b$ (рис. 2)

$$M = \theta k c_{s's} a^3 b, \quad (3)$$

где $k = k \left(\frac{b}{a} \sqrt{\frac{c_{4'4'}}{c_{5'5'}}} \right)$ – табулированный Сен-

Венаном коэффициент.

Таблица для его определения приведена в многочисленных источниках, например по сопротивлению материалов. Фрагмент таблицы приведен в таблице.

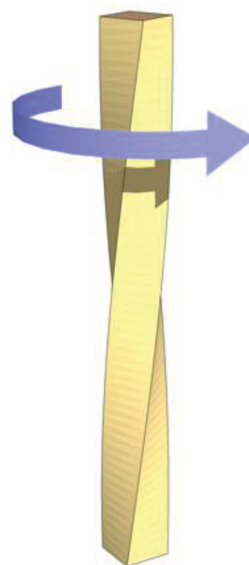


Рис. 2. Кручение образца прямоугольного поперечного сечения

Фрагмент таблицы

b/a	k
1	0,1406
1,2	0,166
1,5	0,196
2	0,229
2,5	0,249
3	0,263
4	0,281
5	0,291
10	0,312
∞	0,333

Момент инерции сечения на единицу длины стержня можно найти по формуле

$$I = ab \frac{a^2 + b^2}{12}. \quad (4)$$

Компоненты тензора $c_{ij'}$ – это упругие постоянные в системе координат, связанной с образцом. Ось $X_{3'}$ направлена вдоль оси образца, оси $X_{1'}$ и $X_{2'}$ занимают любое из двух возможных направлений в плоскости, нормальной к $X_{3'}$. Штрихи здесь, как и в предыдущих формулах, показывают, что данные компоненты тензора упругих постоянных отнесены не к кристаллографической, а к специальной декартовой системе координат, связанной с образцом и отличной, вообще говоря, от кристаллографической. Как и подобает, штрихи помещены над индексами [5].

В результате из (2) получаем

$$f_s = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{12kc_{5'5'}a^2}{\rho(a^2 + b^2)}}. \quad (5)$$

Данная формула является устанавливающей для расчета ряда упругих постоянных монокристаллических образцов с прямоугольным поперечным сечением и имеет для нас важные следствия.

Для стержня квадратного сечения с ребром a статический вращающий момент

$$M = \theta kc_{5'5'}a^4, \quad (6)$$

где $k = k \left(\sqrt{\frac{c_{4'4'}}{c_{5'5'}}} \right)$ и $I = \frac{a^4}{6}$, а его собственная частота

$$f_s = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{6kc_{5'5'}}{\rho}}. \quad (7)$$

Проанализируем два варианта применения образцов призматической формы с ориентацией продольной оси относительно кристаллической структуры.

1. Для образцов кубической системы, ориентированных по оси куба $\langle 100 \rangle$,

$$c_{4'4'} = c_{5'5'} = c_{44}. \quad (8)$$

Отсюда модуль c_{44} может быть вычислен из формулы

$$f_s = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{6kc_{44}}{\rho}}, \quad (9)$$

где $k = k(1) = 0,1406$. Соотношение (9) эквивалентно формулам для модуля сдвига поликристаллических и монокристаллических образцов прямоугольного поперечного сечения

$$G = 4,77\rho l^2 f_s^2 \quad (10)$$

(эту формулу можно видеть в литературе) и

$$G_{\{100\}} = 4,77\rho l^2 f_s^2 \quad (11)$$

что также согласуется с литературными данными. Как известно, упругая постоянная c_{44} определяет для кубических кристаллов сопротивление сдвигу плоскости $\{100\}$ в направлении, лежащем в этой плоскости.

2. Выделить в «чистом виде» кручением C' нельзя. Для образцов с осью вдоль направления $\langle 110 \rangle$, которое может служить для определения C' , целесообразно использовать боковую огранку образцов $\{100\}$ и $\{110\}$. В этом случае

$$c_{4'4'} = c_{44}, \quad c_{5'5'} = C' \quad (12)$$

и $k = k \left(\sqrt{\frac{c_{44}}{C'}} \right)$, откуда

$$f_s = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{6kC'}{\rho}}. \quad (13)$$

Из (13) величина C' может быть найдена, хотя и численными методами, поскольку $k = k(C')$. Напомним, что линейная комбинация упругих постоянных $C' = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$

в кристаллах кубической системы контролирует сопротивление так называемому «зинеровскому» сдвигу – сдвигу плоскости $\{110\}$ в направлениях $\langle 1\bar{1}0 \rangle$. Смягчение этой постоянной может привести к ряду структурных фазовых превращений в твердых телах с изменением типа кристаллической решетки, например В2–В19 в сплавах TiNi с памятью формы [6].

Заключение

Рассмотрены особенности применения метода составного ультразвукового вибратора при измерении упругих характеристик и внутреннего трения твердых тел. Получены выражения для вычисления сдвиговых упругих постоянных кубических кристаллов c_{44} и $C' = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$ по измеренным значениям резонансных частот крутильных колебаний образцов с квадратным или прямоугольным поперечным сечением в методе составного пьезоэлектрического вибратора для материалов кубической сингонии. Наиболее простые формулы имеют место для постоянной c_{44} . Для определения $C' = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$ необходимо применение численных вычислительных методов или специализированных программ, например Mathcad.

Список литературы

1. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Модуль сдвига кубических кристаллов // Письма о материалах. – 2012. – Т. 2. – С. 21–24.
2. Кардашев Б.К., Орлова Т.С., Смирнов Б.И., Wilkes T.E., Faber K.T. Упругость и неупругость биоморфной металлокерамики SiC/Al-13Si-9Mg // ФТТ. – 2008. – Т. 50. – Вып. 10. – С. 1807–1812.
3. Муслов С.А., Хачин В.Н. Особенности измерения упругих постоянных и внутреннего трения методом составного вибратора // Известия вузов, сер. Физика. – 1987. – № 2. – С. 105–108.
4. Эглит М.Э. Лекции по механике сплошных сред / М.Э. Эглит. – М.: Издательство Московского университета, 2008. – 318 с.
5. Сергеева В.В. Кристаллография и минералогия. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2017. – 152 с.
6. Пушин В.Г., Хачин В.Н., Юрченко Л.И., Муслов С.А., Иванова Л.Ю., Соколова А.Ю. Микроструктура и физические свойства сплавов системы $Ti_{50}Ni_{50-x}Fe_x$ с эффектами памяти формы. Сообщение II. Упругие свойства // Физ. метал. и металловедение. – 1995. – Т. 79, Вып. 4. – С. 70–76.