

УДК 378.147:372.8

## РЕАЛИЗАЦИЯ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Асанова Ж.К.

*Кыргызский государственный университет им. И. Арабаева, Бишкек,  
e-mail: zhyldyzasanova73@mail.ru*

В этой статье рассмотрены факультативный курс по теме «Производная и её применение» и предложено ряд задач по межпредметным связям алгебры, геометрии, физики, химии, биологии, географии. При обучении межпредметные связи способствуют систематизации и углублению знаний учащихся, навыков и умений самостоятельной познавательной деятельности, переносу полученных знаний на более высокие ступени. В настоящее время ведутся различные исследования, касающиеся вопросов совершенствования учебного процесса, путей активизации учебно-познавательной деятельности студента, оптимизации самостоятельной работы, улучшения профессиональной ориентации обучения и практического направленности преподавания. В частности, важной проблемой является совершенствование преподавания элементов математического анализа в вузе, так как они имеют большое воспитательное значение и через них студенты могут явно увидеть связь математики с жизнью, с практикой. Именно введение понятия производной и интеграла создает возможность для широкого применения математических методов к изучению реальных процессов, что особенно важно с точки зрения улучшения обучения в вузе. Проблему совершенствования содержания методов обучения математике сегодня нельзя решать достаточно серьезно, обходя межпредметные связи математики, в частности элементов математического анализа. Опыт работы в вузе показывает, что формальное изучение понятий математического анализа не дает особого эффекта в развитии математической грамотности студентов.

**Ключевые слова:** факультатив, межпредметные связи, математический анализ, производный, интеграция, дифференцирование

## REALIZATION OF INTERSUBJECT COMMUNICATIONS IN THE PROCESS OF STUDYING THE ELECTIVE COURSE ON MATHEMATICAL ANALYSIS

Asanova Zh.K.

*University named after I. Arabaev Kyrgyz Republic, Bishkek, e-mail: zhyldyzasanova73@mail.ru*

In this article, an optional course on the subject «Derivative and its application» is considered and a number of problems are proposed for interdisciplinary relations such as algebra, geometry, physics, chemistry, biology, geography. When training intersubject communications, it helps to systematize and deepen students' knowledge, skills and abilities of independent cognitive activity, transfer of knowledge obtained to higher levels. Currently, various studies are under way concerning the issues of improving the educational process, ways of activating the student's learning and cognitive activities, optimizing independent work, improving the vocational guidance of instruction and the practical orientation of teaching. In particular, an important problem is improving the teaching of elements of mathematical analysis in the university, since they have great educational value and through them students can clearly see the connection of mathematics about life, with practice. It is the introduction of the concept of derivative and integral that makes it possible to widely apply mathematical methods to the study of real processes, which is especially important from the point of view of improving the education at the university. The problem of improving the content of methods of teaching mathematics today can not be solved seriously enough, bypassing the intersubject connections of mathematics, in particular, elements of mathematical analysis. Experience in the university shows that formal study of the concepts of mathematical analysis does not have a special effect in the development of mathematical literacy of students.

**Keywords:** facultative, intersubject communications, mathematical analysis, derivative, integration, differentiation

Факультатив – предметный курс. Студент посещает его с целью получить дополнительные знания. Каждый студент выбирает для себя понравившийся курс и посещает его в обязательном порядке. Тематику факультативов определяет предметный преподаватель учебного заведения.

Факультативный курс – это курс по выбору, направленный на установление внутрипредметных и межпредметных связей по смежным дисциплинам. Его целью является интеграция знаний студента о различных явлениях, действующих в природе. Данный факультативный курс знакомит

студентов с комплексными задачами, для решения которых необходимо синтезировать знания по различным предметам, формирует общеучебные знания, умения и навыки. На факультативных курсах отдается предпочтение поисковым и исследовательским методам обучения, таким как проблемный рассказ, исследовательская лабораторная работа, проблемно-поисковая беседа и другие [1].

При проведении факультативного курса предлагается использовать такие активные методы, как метод проектов, метод реферативно-исследовательской деятель-

ности, метод использования информационных технологий с целью улучшения взаимодействия между учащимися, повышения интереса учащихся к предметам и позволяющие сделать проведение факультативного курса более эффективным.

При организации факультативного курса необходимо учитывать следующие требования:

- избыточность (у студентов должна быть возможность выбора среди нескольких курсов);
- кратковременность;
- межпредметная интеграция;
- активные формы обучения;
- использование учебного пособия.

Внутрипредметная и межпредметная конференция, так же как и семинар, способствует обобщению знаний учащихся по разным предметам вокруг какой-либо проблемы, идеи, темы. Отличительной чертой конференции от традиционного урока являются доклады студентов, которые выступают главным источником знаний. Роль преподавателя заключается в консультации и оценке деятельности студента. Методика проведения конференции заключается в последовательном выступлении студента с сообщениями с целью раскрытия темы, а методика проведения семинара может быть разнообразной, например, включать беседу, дискуссию, опыты и др. При подготовке доклада к межпредметной конференции можно выделить пять этапов:

1 этап. Выбор студентами темы доклада.

2 этап. Определение студентами цели, задач, актуальности доклада, а также составление плана доклада и подбор необходимой литературы.

3 этап. Изучение студентами литературы. Консультация студента с преподавателем по собранному теоретическому материалу.

4 этап. Коррекция преподавателем доклада студента.

5 этап. Оформление доклада, подготовка презентации.

Таким образом, проанализировав формы организации внутрипредметных и межпредметных связей, можно сказать, что наиболее методически разработанной формой является интегрированный урок.

Интегрированный урок предоставляет возможность решать ряд задач, например мотивировать учащихся к активной учебной деятельности с помощью нестандартного урока; организовывать учащихся к работе с операциями мышления, такими как сравнение, анализ, синтез, обобщение, классификация; показать применение межпредметных связей при решении разных задач. Такие формы как интегрированный

факультативный курс, межпредметный факультатив, межпредметная конференция (семинар), редко используются в процессе обучения [2].

В качестве одного из путей эффективной реализации внутрипредметных и межпредметных связей выступает разработка факультативного курса, так как он позволяет устранить причины редкого использования внутрипредметных и межпредметных связей, такие как:

– подготовка к занятиям межпредметного характера требует большего количества времени;

– изучение материала по различным предметам не совпадает по времени, а также одни и те же понятия по-разному трактуются в различных предметах;

– недостаточность методических пособий межпредметного характера для подготовки и проведения занятий.

Именно поэтому нами был разработан факультативный курс «Производная и её применение», который позволяет реализовать взаимосвязь между предметами. Отличительной особенностью данного факультативного курса от других подобной тематики является использование не только традиционных форм организации занятий, но и нетрадиционных, таких как тренинг, интерактивная лекция, интегрированный урок и т.д.; а также то, что факультативный курс направлен не только на обобщение знаний учащихся по теме «Производная и её применение», но и на расширение знаний студента в области применения производной в школьных предметах и в жизни.

Производная – одно из важнейших, фундаментальных понятий математического анализа. Однако студенты, зачастую сталкиваясь с этим понятием в первый раз, не осознают, для чего нужно его изучать, не видят практического применения. Данная разработка отвечает на такие вопросы:

- зачем изучать производную;
- где можно использовать знания, связанные с производной в жизни, при изучении других предметов.

На занятиях курса есть возможность устранить пробелы студента, выявить слабые места, оказать помощь при систематизации материала.

Цель факультативного курса – углубить и систематизировать знания студента по теме «Производная и её применение».

Задачи:

Образовательные:

– повторить и закрепить понятие производной, формулы дифференцирования и правила дифференцирования;

– познакомить студента с применением производной в различных предметах.

Развивающие:

– развитие логического мышления;  
– развитие коммуникативных способностей студента.

Воспитательные:

– воспитание интереса к математике;  
– воспитание умения работать в группах.

Данный факультативный курс является межпредметным с практической направленностью и предназначен для студентов, обучающихся физико-математического профиля.

Курс «Производная и ее применение» реализует внутрипредметные и межпредметные связи с такими дисциплинами, как алгебра, физика, химия, биология и география.

На примере решения различных физических, химических, биологических и географических задач с помощью первообразной авторы показывают практическую возможность реализации межпредметных связей между математикой и физикой [3, 4].

Материал данного факультативного курса способствует формированию интереса к математике; развитию творческих способностей, навыков самостоятельной работы студента с литературой; позволяет сделать учебный процесс более ярким и интересным.

В курсе «Производная и ее применение» рассматривается:

• история возникновения и развития производной;

• применение производной в школьных предметах;

• решение прикладных задач при помощи производной;

• решение задач при помощи производной.

На протяжении всего факультативного курса проводится текущий контроль успешности выполненных практических работ. Контроль осуществляется по результатам выполнения студентами практических заданий. Итоговый контроль реализуется в форме тестирования.

Изучение данного факультативного курса позволяет студентам:

– повторить и систематизировать материал по теме «Производная и её применение»;

– расширить свои знания в области производной в ходе решения задач;

– научиться распознавать и решать задачи при помощи производной;

– ясно, четко и грамотно излагать свои мысли при решении задач;

– повысить познавательный интерес к математике.

На занятиях факультативного курса используются такие формы организации обучения, как лекция, практикум, урок, урок-экскурсия, урок-викторина, интегрированный урок.

#### *Тематическое планирование*

Предлагаемый факультативный курс специализирован под студентов, стремящихся углубить свои знания по теме «Производная и её применение», а также желающих научиться решать различные задачи на применение производной [5].

№ п/п	Содержание курса	Количество часов	Форма контроля
1	Введение в курс «Производная и ее применение».		–
2	<i>Тема 1.</i> История возникновения производной.		Опрос
3	<i>Тема 2.</i> Понятие производной. Правила дифференцирования.		Викторина
4	<i>Тема 3.</i> Производная и ее применение в алгебре.		Практическая работа
5.	<i>Тема 4.</i> Производная и её применение в физике.		Практическая работа
6	<i>Тема 5.</i> Производная и её применение в биологии и химии.		Опрос
7	<i>Тема 6.</i> Производная и её применение в географии.		Опрос
8	<i>Тема 7.</i> Производная в прикладных задачах.		Практическая работа
9	<i>Тема 8.</i> Производная высших порядков.		Опрос
10	<i>Тема 9.</i> Производная в ОРТ.		Тренинг
11	Итоговое тестирование.		Тестирование
	ВСЕГО:		

*Производная и ее применение в алгебре*

**Задача № 1.** Докажите тождество  $\arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x$ .

Решение:

Рассмотрим функцию  $f(x) = \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ .

Вычислим производную функции:

$$f'(x) = (\arcsin x)' + (\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) = 0.$$

Подставим найденное значение в исходную функцию:

$$f(0) = \arcsin 0 + \arccos 0 = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}.$$

Тождество доказано.

*Производная и ее применение в физике*

**Задача № 2.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = t^3 + 7t$ . Найдите скорость и ускорение материальной точки в момент времени  $t = 2$ .

Решение:

Для нахождения скорости необходимо вычислить первую производную пути по времени:

$$V(t) = S'(t) = (t^3 + 7t)' = 3t^2 + 7.$$

Найдем  $V(2) = 3 \cdot 2^2 + 7 = 19$ .

Для нахождения ускорения необходимо вычислить вторую производную пути по времени:

$$a = S''(t) = (3t^2 + 7)' = 6t.$$

Найдем  $a(3) = 6 \cdot 2 = 12$ .

*Производная и ее применение в биологии и химии*

**Задача № 3.** Популяция бактерий задается формулой  $x(t) = \ln(t+1) + \frac{t^3}{2t}$ .

Найдите скорость роста популяции в момент времени  $t = 3$ с.

Решение:

Для того чтобы найти скорость роста популяции, нужно вычислить производную от заданной функции:

$$P = x'(t) = \left( \ln(t+1) + \frac{t^3}{2t} \right)' = \frac{1}{t+1} + \frac{3t^2}{2},$$

подставим значение  $t = 3$ с в полученное выражение:

$$P(3) = \frac{1}{3+1} + \frac{3 \cdot 3^2}{2} = \frac{1}{4} + \frac{27}{2} = \frac{1+2 \cdot 27}{4} = \frac{55}{4} = 13,75.$$

**Задача № 4.** Количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается формулой  $p(t) = 3 + 8t^4 - 29t^3$ . Найдите скорость химической реакции через 4с.

Решение:

Для нахождения скорости химической реакции нужно вычислить производную от заданной функции:  $V(t) = p'(t) = (3 + 8t^4 - 29t^3)' = 32t^3 - 87t^2$  и подставить в полученное выражение  $t = 4$ с:  $V(4) = 32 \cdot 4^3 - 87 \cdot 4^2 = 2048 - 1392 = 656$ .

*Производная и ее применение в географии*

**Задача № 5.** Напишите общую формулу для вычисления численности населения в некотором городе в момент времени  $t$ .

Решение:

Пусть численность населения определяется зависимостью  $y = y(t)$ ,  $\Delta t = t - t_0$  – прирост населения. Тогда численность населения выражается формулой

$$\Delta y = k \cdot y \cdot \Delta t,$$

где  $k = k_p - k_c$  ( $k_p$  – коэффициент рождаемости,  $k_c$  – коэффициент смертности).

*Производная и её применение в геометрии*

**Задача № 6.** Прямая  $y = 10x - 9$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 2x - 3$ . Найдите абсциссу точки касания.

Решение:

Так как прямая  $y = 10x - 9$  параллельна касательной, то они будут иметь одинаковый угол наклона к оси абсцисс, т.е. угловой коэффициент касательной, как и у прямой, равен 10. Но согласно геометрическому смыслу производной: угловой коэффициент касательной равен производной функции в точке касания.

Найдем производную:

$$y' = (x^2 + 2x - 3)' = 2x + 2.$$

Подставим в выражение для производной неизвестную абсциссу точки касания  $x_0$  и составим уравнение

$$2x_0 + 2 = 10, \quad 2x_0 = 8, \quad x_0 = 4.$$

*Производная в прикладных задачах*

**Задача № 7.** Лестница, длина которой 7 м поставлена к стене так, что ее верх находится на высоте 6 м. В какой-то момент времени лестница начинает падать и верх притягивается к земле с ускорением  $3 \text{ м/с}^2$ . Найдите скорость удаления низа лестницы от стены, когда верх находится на высоте 4 м.

Решение:

Пусть  $h(t)$  – высота верха лестницы в момент времени  $t$  и  $h(0) = 12$ ,  $x(t)$  – расстояние от стены до низа лестницы. Тогда используя формулу для нахождения высоты тела:

$$h(t) = h(0) - \frac{gt^2}{2}, \quad \text{получим, } h(t) = 12 - \frac{gt^2}{2}.$$

По условию задачи известно, что  $g = 4 \text{ м/с}$ , тогда формула примет вид

$$h(t) = 12 - \frac{4t^2}{2}; \quad h(t) = 12 - 2t^2.$$

Чтобы найти время  $t$ , когда  $h(t) = 4$ , составим уравнение

$$12 - 2t^2 = 4; \quad -2t^2 = -8; \quad t^2 = 4; \quad t_1 = 2, \quad t_2 = -2,$$

так как время не может быть отрицательным, то  $t = 2 \text{ с}$ . Найдем расстояние  $x(t)$  по теореме Пифагора:

$$25 = h^2(t) + x^2(t); \quad x(t) = \sqrt{25 - h^2(t)} = \sqrt{25 - (12 - 2t^2)^2} = \sqrt{-119 + 48t^2 - 4t^4}.$$

Найдем скорость, с которой изменяется расстояние:

$$V(t) = x'(t) = \left( \sqrt{-119 + 48t^2 - 4t^4} \right)' = \frac{96t - 16t^3}{2\sqrt{-119 + 48t^2 - 4t^4}} = \frac{48t - 8t^3}{\sqrt{-119 + 48t^2 - 4t^4}},$$

$$V(2) = \frac{48 \cdot 2 - 8 \cdot 2^3}{\sqrt{-119 + 48 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2^4}} = \frac{96 - 64}{\sqrt{-119 + 192 - 64}} = \frac{32}{3} \approx 10,7 \text{ м/с}.$$

Ответ: скорость удаления низа лестницы от стены равна  $10,7 \text{ м/с}$ .

*Производная высших порядков*

**Задача № 8.** Найдите  $n$ -ю производную функции  $y = \sqrt{x-2}$ .

Решение:

$$y' = (\sqrt{x-2})' = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}; \quad y'' = \frac{1}{2} \left( (x-2)^{-\frac{1}{2}} \right)' = \frac{1}{2} \cdot \left( -\frac{1}{2} \right) \cdot (x-2)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2^3 \cdot \sqrt{(x-2)^3}};$$

$$y''' = -\frac{1}{2^2} \left( (x-2)^{-\frac{3}{2}} \right)' = -\frac{1}{2^2} \cdot \left( -\frac{3}{2} \right) \cdot (x-2)^{-\frac{5}{2}} = \frac{1 \cdot 3}{2^3 \cdot \sqrt{(x-2)^5}};$$

$$y^{(IV)} = \frac{1 \cdot 3}{2^2} \left( (x-2)^{-\frac{5}{2}} \right)' = \frac{1 \cdot 3}{2^3} \cdot \left( -\frac{5}{2} \right) \cdot (x-2)^{-\frac{7}{2}} = -\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^4 \cdot \sqrt{(x-2)^7}}.$$

Запишем производную  $n$ -го порядка:

$$y^{(n)} = (-1)^{n+1} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-3)}{2^n \cdot \sqrt{(x-2)^{2n-1}}}.$$

Таким образом, можно сделать следующие выводы. Междисциплинарные связи содействуют формированию у студентов цельного представления о явлениях природы, помогают им использовать свои знания при изучении различных предметов, показывают комплексный подход к обучению. Был разработан элективный курс по теме «Производная и её применение».

**Список литературы**

1. Торогелдиева К.М. Теория и методика обучения математике // К.М. Торогелдиева. – Бишкек, 2008. – С. 220.
2. Торогелдиева К.М. Реализация междисциплинарных связей в процессе обучения математики // К.М. Торогелдиева. – Бишкек, 2013. – С. 219.
3. Бабаев В.С., Евграфова И.В. Реализация междисциплинарных связей курсов общей физики и высшей математики при проведении практических занятий. Актуальные проблемы преподавания физики в вузах России. Тезисы докладов Совещания заведующих кафедрами физики вузов России / Под ред. проф. Спирина Г.Г. – М.: АПР, 2009. – С. 43–45.
4. Масляев В.Н. Методы эколого-географических исследований (конспект лекций) // В.Н. Масляев. – Саранск: копи-центр «Референт», 2009. – С. 134.
5. Кутанов А., Асанова Ж.К. Математикалык анализ // А. Кутанов, Ж.К. Асанова. – Бишкек, 2015. – С. 186.