

СТАТЬИ

УДК 519.87:621.941-229.2:621.182.13-52

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИДРОСУППОРТА
СТАНКА С АВТОМАТИЧЕСКИМ РЕГУЛЯТОРОМ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

¹Кадыров И.Ш., ¹Темирбеков Ж.Т., ¹Турсубеков Б.С., ²Давлятов У.Р.

¹*КНАУ им. К.И. Скрябина, Бишкек,*

e-mail: bgtu_kg@mail.com, jeenbek-58@mail.ru, tbs200618@gmail.com;

²*КГТУ им. И. Раззакова, Бишкек, e-mail: uluk-2000@mail.ru*

Статья посвящена актуальной теме разработки и исследованию математической модели гидросуппорта и подачи инструмента токарного станка, имеющего объект управления – гидросуппорт, математическую модель первого порядка и автоматический регулятор расхода, поступающего в рабочую полость – второго порядка. При совместном рассмотрении объекта и автоматического регулятора получена математическая модель в виде дифференциального уравнения третьего порядка, исследование которой дало следующие основные результаты: различные переходные процессы в зависимости от конкретных значений постоянных времен системы, возможность по полученной модели произвести расчет масса-геометрических параметров, необходимых для решения проектных задач и исследования ее на устойчивость. Рассмотрены три варианта при положительных значениях коэффициентов у переменных в левой части уравнения: все три корня являются вещественными и отрицательными; один корень вещественный и отрицательный, а два комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью; один корень вещественный и отрицательный, а два корня комплексные сопряженные с положительной вещественной частью. Разработана математическая модель реальной системы автоматического управления подачей инструмента гидросуппорта, обеспечивающей качественное выполнение технологического процесса механической обработки. Проведено исследование полученной математической модели гидросуппорта, рассмотрено влияние на качество динамических процессов: вид переходного процесса, его длительности и устойчивой работы, значения постоянных времен, куда входят параметры системы. Результаты исследования могут быть использованы при модернизации существующего парка токарных станков и создании нового оборудования.

Ключевые слова: гидросуппорт, токарный станок, регулятор расхода, коэффициент усиления объекта, коэффициент усиления регулятора, переходный процесс, статическая ошибка, устойчивость

**DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF A HYDRAULIC SUPPORT
MACHINE WITH AUTOMATIC REGULATOR SECOND ORDER**

¹Kadyrov I.Sh., ¹Temirbekov Zh.T., ¹Turusbekov B.S., ²Davlyatov U.R.

¹*KNAU named after K.I. Scryabin, Bishkek,*

e-mail: bgtu_kg@mail.com, jeenbek-58@mail.ru, tbs200618@gmail.com;

²*KSTU I. Razzakov, Bishkek, e-mail: uluk-2000@mail.ru*

The article is devoted to the urgent topic of development and study of the mathematical model of the hydraulic support and tool feed of a lathe having a control object – hydraulic support, a first-order mathematical model and an automatic flow regulator entering the working cavity – of the second order. When the object and the automatic controller are examined together, a mathematical model is obtained in the form of a third-order differential equation, the study of which was given by the following main results: various transients depending on the specific values of the system time constants, the ability to calculate the mass-geometric parameters using the obtained model necessary to solve design problems and study its sustainability. Three options are considered for positive values of the coefficients of the variables on the left side of the equation: all three roots are real and negative; one root is real and negative, and two are complex conjugates with the negative real part; one root is real and negative, and two roots are complex conjugates with the positive real part. A mathematical model of a real system for automatically controlling the supply of a hydraulic support tool has been developed, which ensures high-quality performance of the machining process. The obtained mathematical model of the hydraulic support was studied, the influence on the quality of dynamic processes was examined: the type of the transition process, its duration and stable operation, the values of constant times, which include the system parameters. The research results can be used to modernize the existing fleet of lathes and create new equipment.

Keywords: hydraulic support, lathe, flow regulator, object gain, regulator gain, transient, static error, stability

Известно, что проблемным вопросом при автоматизации технологических процессов при механической обработке изделий является ее автоматизация, предусматривающая разработку не только принципиальной схемы управления, но и математической модели всей системы, позволяющей исследовать динамические процессы при ее работе, а также произвести расчет параметров основных элементов, необходимых для обеспечения ее качественной работы.

Из теории автоматического управления известно, что система регулирования становится неустойчивой при большом значении коэффициента усиления регулятора или при увеличении инерционности регулятора. В дифференциальных уравнениях первого и второго порядка можно утверждать, что система будет устойчивой при всех положительных коэффициентах у переменных в левой части уравнения при любых значениях T , $K_{\text{пер}}$ [1–4]. Автоматическая система регулирования подачи инструмен-

та гидросуппортом будет третьего порядка в трех случаях:

1) математические модели объекта описываются дифференциальным уравнением первого порядка, а регулятора расхода второго порядка;

2) динамика описывается дифференциальным уравнением второго порядка, а регулятор – дифференциальным уравнением первого порядка;

3) дифференциальное уравнение объекта третьего порядка, а регулятор является безынерционным.

Уравнение динамики объекта гидросуппорта описывается дифференциальным уравнением первого порядка:

$$T_0 \frac{d\Delta S}{dt} + \Delta S = -K_0 \Delta Q + f(t). \quad (1)$$

Уравнение динамики регулятора расхода представляется дифференциальным уравнением второго порядка:

$$T_k^2 \frac{d^2 \Delta Q}{dt^2} + T_d \frac{d\Delta Q}{dt} + \Delta Q = K_{\text{пер}} \Delta S', \quad (2)$$

где T_k – постоянная времени, способствующая колебательному переходному процессу; T_d – постоянная времени, способ-

ствующая демпфированию колебаний в переходном режиме.

Вывод уравнения регулятора расхода (2) будет сделан при составлении его математической модели.

Для получения дифференциального уравнения системы регулирования необходимо уравнения (1) и (2) решить совместно.

Из уравнения (1) имеем

$$\begin{aligned} -\Delta Q &= \frac{T_0 \frac{d\Delta S}{dt} + \Delta S - f(t)}{K_0}, \\ -\frac{d\Delta Q}{dt} &= \frac{T_0 \frac{d^2 \Delta S}{dt^2} + \frac{d\Delta S}{dt} - \frac{df(t)}{dt}}{K_0}, \\ -\frac{d^2 \Delta Q}{dt^2} &= \frac{T_0 \frac{d^3 \Delta S}{dt^3} + \frac{d^2 \Delta S}{dt^2} - \frac{d^2 f(t)}{dt^2}}{K_0}. \end{aligned} \quad (3)$$

Эти полученные значения подставим в уравнение (2) и после соответствующих преобразований получим уравнение, описывающее динамические процессы всей системы регулирования.

$$\begin{aligned} T_0 T_k^2 \frac{d^3 \Delta S}{dt^3} + (T_0 T_d + T_k^2) \frac{d^2 \Delta S}{dt^2} + (T_0 + T_d) \frac{d\Delta S}{dt} + (1 + K_0 K_{\text{пер}}) \Delta S = \\ = T_k^2 \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + T_d \frac{df(t)}{dt} + f(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Если автоматическая система регулирования испытывает постоянное возмущающее воздействие, то есть $f(t) = \text{const}$, то уравнение (4) примет вид

$$T_0 T_k^2 \frac{d^3 \Delta S}{dt^3} + (T_0 T_d + T_k^2) \frac{d^2 \Delta S}{dt^2} + (T_0 + T_d) \frac{d\Delta S}{dt} + (1 + K_0 K_{\text{пер}}) \Delta S = f(t). \quad (5)$$

Составим его характеристическое уравнение.

$$T_0 T_k^2 p^3 + (T_0 T_d + T_k^2) p^2 + (T_0 + T_d) p + (1 + K_0 K_{\text{пер}}) = 0. \quad (6)$$

Это алгебраическое уравнение третьей системы имеет три корня.

Рассмотрим три варианта при положительных значениях коэффициентов у переменных в левой части уравнения:

1. Все три корня являются вещественными и отрицательными, то есть

$$p_1 = -1/T_a; p_2 = -1/T_b; p_3 = -1/T_c. \quad (7)$$

2. Один корень вещественный и отрицательный, а два комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью, то есть

$$p_1 = -1/T_a; p_{2,3} = -1/T_b \pm j\omega. \quad (8)$$

3. Один корень вещественный и отрицательный, а два корня комплексные сопряженные с положительной вещественной частью, то есть

$$p_1 = -1/T_a; p_{2,3} = 1/T_b \pm j\omega. \quad (9)$$

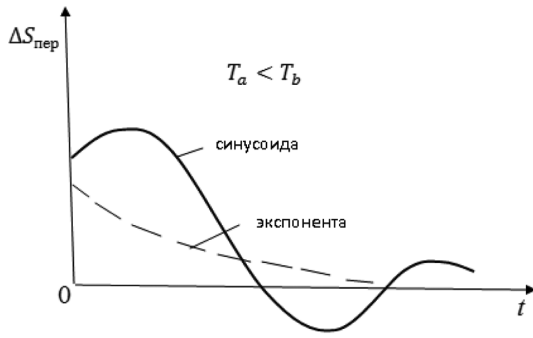


Рис. 1. Переходной процесс в системе при $T_a < T_b$

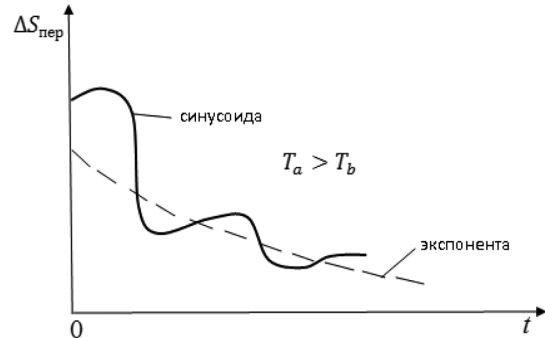


Рис. 2. Переходной процесс в системе при $T_a > T_b$

Следует отметить, что имеются соответствующие формулы в справочниках по математике, по которым их можно найти и далее вывести очень сложные зависимости T_a , T_b , T и ω от параметров системы T_0 , T_k^2 , T_d^2 , K_0 , $K_{пер}$.

Рассмотрим переходные процессы в общем виде для трех вариантов:

а) для первого варианта (7) переходной процесс пойдет по трем экспонентам [1]:

$$\Delta S = C_1 e^{-t/T_a} + C_2 e^{-t/T_b} + C_3 e^{-t/T_c}. \quad (10)$$

б) для второго варианта (8) – сумма экспонента и затухающая синусоида по экспоненте:

$$\Delta S = C_1 e^{-t/T_a} + C_2 e^{-t/T_b} \sin(\omega t + C_3). \quad (11)$$

в) для третьего варианта (9) – сумма экспонента и расходящаяся синусоида по экспоненте:

$$\Delta S = C_1 e^{-t/T_a} + C_2 e^{t/T_b} \sin(\omega t + C_3). \quad (12)$$

Постоянные интегрирования C_1 , C_2 , C_3 определяются как обычно из значений начальных условий:

$$\Delta S_{пер}, d\Delta S_{пер}/dt, d^2\Delta S_{пер}/dt^2 \text{ при } t = 0. \quad (13)$$

Методика определения C_1 , C_2 , C_3 такая же, какая была приведена выше, только вместо двух уравнений необходимо решить систему уравнений из трех неизвестных C_1 , C_2 , C_3 .

Для случая (10) переходные процессы будут идти по трем экспонентам.

Для случая (11) переходной процесс зависит от соотношений постоянных времени T_a и T_b .

При $T_a < T_b$ – экспонента затухает быстрее, чем синусоида, и процесс в основном будет колебательным (рис. 1).

Для случая $T_a > T_b$ синусоида затухнет быстрее, чем экспонента, и процесс полу-

чается скорее не колебательным, а монотонным, несмотря на наличие комплексных корней характеристического уравнения, еще следует отметить, что это зависит от начальных условий и соотношений постоянного интегрирования C_1 и C_2 .

Для случая (12) переходной процесс будет колебательным расходящимся, то есть система будет неустойчивой (рис. 3).



Рис. 3. Неустойчивый переходной процесс системы

При получении любого отклонения от равновесного состояния, например, под воздействием возмущающей силы, система не вернется к прежнему значению, будет раскачиваться за счет собственного источника энергии.

Таким образом, можно утверждать, что при всех положительных значениях коэффициентов при переменных в левой части дифференциального уравнения возможна неустойчивость системы.

При этом следует отметить, что положительность всех коэффициентов в левой части дифференциального уравнения системы означает лишь правильность присоединения регулятора к объекту, но этого недостаточно для определения устойчивости системы регулирования. Если параметры

регулятора $T_0, T_k^2, T_d, K_0, K_{\text{пер}}$ будут такими, что корни характеристического уравнения будут соответствовать случаю (7), то система будет устойчивой.

Поэтому при проектировании регулятора к объекту необходимо выбрать его параметры таким образом, чтобы система была устойчивой и далее добиваться качества переходного процесса вида (10) или (11) и малого значения статической ошибки.

Статическая ошибка при $f(t) = f_0$ есть частное решение дифференциального уравнения (5) и будет равна

$$\Delta S_{\text{ст}} = \frac{f_0}{1 + K_0 K_{\text{пер}}}. \quad (14)$$

Из формулы (13) видно, что для уменьшения статической ошибки системы регулирования необходимо увеличить $K_{\text{пер}}$ – коэффициент усиления регулятора, с другой стороны, имеются определенные ограничения по качествам динамических процессов.

Известны критерии устойчивости Гаусса–Гурвица [5] для системы третьего порядка, дифференциального уравнения который описывается в общем виде (левая часть):

$$a_0 \frac{d^3 x}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_2 \frac{dx}{dt} + a_3 x. \quad (15)$$

1. Положительность коэффициентов при переменных:

$$a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0. \quad (16)$$

2. Произведение средних коэффициентов должно быть больше, чем произведение крайних коэффициентов:

$$a_1 a_2 > a_0 a_3, \quad (17)$$

только при выполнении условия (16) и (17) все корни характеристического уравнения (6) будут иметь отрицательные вещественные значения (7) или один корень вещественный отрицательный, а два корня комплексные с отрицательной вещественной частью (8).

Для автоматической системы стабилизации подачи инструмента гидросуппорта согласно дифференциальным уравнениям (5) и (4) имеем

$$a_0 = T_0 T_k^2; a_1 = T_0 T_d + T_k^2;$$

$$a_2 = T_0 + T_d; a_3 = (1 + K_0 K_{\text{пер}}). \quad (18)$$

Как было ранее отмечено, первое условие устойчивости (14) обеспечивается правильным присоединением регулятора расхода к объекту.

Условие (16) выводится согласно (17):

$$(T_0 T_d + T_k^2)(T_0 + T_d) > T_0 T_k^2 (1 + K_0 K_{\text{пер}}). \quad (19)$$

Откуда определяется уравнение ограничение на увеличение коэффициента усиления регулятора $K_{\text{пер}}$:

$$K_{\text{пер}} < \left(\frac{1}{T_0} + \frac{T_0 + T_d}{T_k^2} \right) \frac{T_d}{K_0}. \quad (20)$$

Если сравнить формулы (13) и (18), то обнаружим определенное противоречие между снижением статической ошибки системы и условиями его устойчивой работы, поэтому становится важным учет обоих требований путем подбора приемлемых значений параметров системы, входящих в $T_0, T_k, T_d, K_0, K_{\text{пер}}$ с тем, чтобы значение статической ошибки соответствовало заданному требованию при обеспечении устойчивости системы на заданном диапазоне режимов работ.

Из неравенства (20) можно получить границу устойчивости

$$K_0 K_{\text{пер}} < \left(\frac{T_k}{T_0} + \frac{T_0}{T_k} \right) \frac{T_d}{T_k} + \left(\frac{T_d}{T_k} \right)^2. \quad (21)$$

Зная T_k/T_0 , представляется возможным по (20) построить зависимость $K_0, K_{\text{пер}}$ от T_d/T_k (рис. 4).

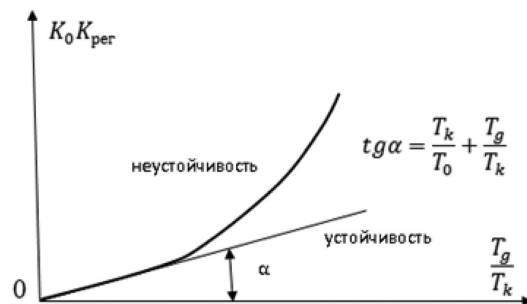


Рис. 4. Граница устойчивости системы

Выводы

1. Разработана математическая модель реальной системы автоматического управления подачей инструмента гидросуппорта, обеспечивающей качественное выполнение технологического процесса механической обработки.

2. Проведено исследование полученной математической модели гидросуппорта, рассмотрено влияние на качество динамических процессов: вид переходного процесса, его длительности и устойчивой работы, значения постоянных времени, куда входят параметры системы.

3. Результаты исследования могут быть использованы при модернизации существующего парка токарных станков и создании нового оборудования.

Список литературы

1. Горбина Н.Н., Солопова А.С. Теория автоматического управления: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа. 2010. 201 с.

2. Чжо Ту. Разработка математических моделей, методов и алгоритмов цифрового управления режимами двигате-

лей металлообрабатывающих станков: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2014. 19 с.

3. Джунковский А.В., Холодов Д.А., Чикунов И.М. Применение api autodesk inventor для автоматизированного параметрического моделирования машиностроительных деталей // Современные наукоемкие технологии. 2019. № 9. С. 75–79.

4. Кадыров И.Ш., Темирбеков Ж., Турусбеков Б.С., Давлятов У.Р. Разработка математической модели гидросуппорта станка с инерционным регулятором // Современные наукоемкие технологии. 2019. № 11–2.

5. Башта Т.М. Гидравлические следящие приводы. Киев: Машгиз, 1990. 398 с.