

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ МЯГКОГО ПРИЗЕМЛЕНИЯ НА ПОСЛЕДНЕМ ВЕРТИКАЛЬНОМ УЧАСТКЕ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ

Мозжорина Т.Ю., Осипов В.В.

*Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет), Москва, e-mail: Mozzhorina@mail.ru*

В данной работе проводится численный эксперимент методом Монте-Карло возможности осуществления мягкой посадки возвращаемой первой ступени космического аппарата для ее повторного использования в дальнейшем. При этом реализуется закон оптимального программного управления без обратной связи. Под мягкой посадкой понимается приземление с нулевой скоростью. Исследованию подлежит последний участок вертикального приземления. Оптимальным управлением в данной постановке задачи с точки зрения минимальных затрат топлива является свободное падение, затем включение двигателя на полную мощность до момента приземления. Предполагается возможное случайное отклонение от расчетных значений таких параметров, как скорость в момент включения двигателя, масса и высота в момент включения двигателя, удельный импульс, расход топлива двигателя, а также плотность воздуха и коэффициент аэродинамического сопротивления. Предполагается, что распределены эти случайные величины по нормальному закону и их отклонения от расчетных значений достаточно малы. Скорость приземления при этом – случайная величина, для которой вычисляются параметры распределения. Проводится анализ полученных результатов расчета. Выявляются те параметры, отклонения которых оказывают наибольшее влияние на величину скорости приземления. Делается вывод о малой вероятности мягкой посадки при управлении без обратной связи.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, задача о мягком приземлении, вероятностный анализ, возвращаемая ступень космического аппарата, оптимальное управление

A PROBABLE ANALYSIS OF THE POSSIBILITY OF SOFT LANDING ON THE LAST VERTICAL PART OF THE ENGINE

Mozzhorina T.Yu., Osipov V.V.

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, e-mail: Mozzhorina@mail.ru

In this paper, a Monte Carlo numerical experiment is carried out on the possibility of soft landing of the returned first stage of a spacecraft for its reuse in the future. In this case, the law of optimal software control without feedback is implemented. A soft landing means a zero-speed landing. The last section of the vertical landing is subject to research. The optimal control in this formulation of the problem in terms of minimum fuel consumption is a free fall, then the engine is turned on at full power until the moment of landing. It is assumed that the possible random deviation of such parameters from the calculated values as: speed at the time of engine start, weight and height at the time of engine start, specific impulse, engine fuel consumption, as well as air density and drag coefficient. It is assumed that these random variables are distributed according to the normal law and their deviations from the calculated values are quite small. The landing speed is a random variable for which the distribution parameters are calculated. The analysis of the calculation results is carried out. The parameters whose deviations have the greatest influence on the value of the landing speed are revealed. It is concluded that there is a low probability of soft landing when driving without feedback.

Keywords: Monte Carlo method, soft landing problem, probabilistic analysis, spacecraft return stage, optimal control

В настоящее время активно развивается направление создания многоразовых космических ракет-носителей [1–3]. Возвращаемая и повторно используемая первая ступень позволяет удешевить доставку полезной нагрузки на космическую орбиту. Мягким приземлением называется такое приземление, когда касание поверхности Земли происходит с нулевой или с некоторой небольшой скоростью, при которой сохранится конструкция и работоспособность спускаемой ступени. Вопросам оптимизации управления посадкой космических аппаратов посвящены многие работы.

В работе [4] был проведен численный эксперимент по получению оптимальной

траектории на последнем вертикальном участке приземления с использованием принципа максимума Понтрягина. Численный метод, использованный при этом – метод пристрелки, работоспособность которого для задач оптимального управления с переключением показана в [5] и [6]. В данной работе проводится анализ влияния отклонения некоторых параметров от расчетных значений (вызванных случайными факторами) на возможность осуществления мягкой посадки.

Проблемам решения задачи мягкой посадки посвящены работы как зарубежных авторов [7, 8], так и российских ученых [9–11].

Постановка задачи и математическое моделирование процесса посадки

Система уравнений движения возвращаемой ступени ракеты в вертикальной плоскости:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = -V \\ \frac{dV}{dt} = -\frac{\beta u + X_{\text{аэр}}}{m} + g_3, \\ \frac{dm}{dt} = -G_T = -u \end{cases}$$

где h – расстояние от космического аппарата до поверхности (м), V – скорость космического аппарата (м/сек), m – масса космического аппарата (кг), G_T – расход топлива (кг/сек), g_3 – ускорение свободного падения на Земле (м/с²), $\beta u = P$ – тяга двигателя (Н), β – удельный импульс двигателя (м/с), $X_{\text{аэр}} = C_x \rho_h V^2 S / 2$ – аэродинамическое сопротивление (Н), ρ_h – плотность воздуха, зависящая от высоты, C_x – коэффициент аэродинамического сопротивления, S – площадь спускаемой ступени.

Интегрирование проводится методом Рунге – Кутты 4-го порядка с шагом по времени 0,01 с. Из результатов расчета работы [4] взяты данные по начальным значениям высоты, скорости и массы ступени в момент включения двигателя, а также все значения величин, участвующих в расчете.

За случайные величины, распределенные по нормальному закону распределения, принимаем следующие параметры: скорость в момент включения двигателя, масса и высота в момент включения двигателя, удельный импульс, расход двигателя, а также плотность воздуха и коэффициент аэродинамического сопротивления. Количество испытаний в методе Монте-Карло $N = 1000$. Интегрирование ведется до момента достижения высоты или скорости нулевого значения с заданной точностью $\varepsilon = 0,001$ (м или, соответственно, для скорости м/с). В случае достижения нулевой скорости ранее, чем нулевой высоты, моделируем отключение двигателя и свободное падение ступени с полученной высоты.

Величина скорости при достижении уровня земли будет представлять случайную величину, для которой рассчитываются:

– математическое ожидание

$$M[V_k] = \sum_{i=1}^N V_{ki} / N,$$

– дисперсия

$$D[V_k] = \sum_{i=1}^N (V_{ki} - M[V_k])^2 / (N - 1),$$

– среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{D[V_k]},$$

– коэффициент асимметрии

$$As[V_k] = \frac{\sum_{i=1}^N (V_{ki} - M[V_k])^3}{\sigma^3 N},$$

– коэффициент островершинности

$$Ex[V_k] = \sum_{i=1}^N \frac{(V_{ki} - M[V_k])^4}{\sigma^4 N} - 3.$$

Отклонения случайных величин в каждом испытании формируются при помощи датчика случайных чисел. В силу того, что программирование велось на языке ФОРТРАН, стандартное нормальное распределение было получено из равномерного распределения на интервале от 0 до 1 (встроенная подпрограмма Random) следующим образом: полученные датчиком случайных чисел две равномерно распределенные случайные величины $X_{i \text{ равн}}$, $Y_{i \text{ равн}}$ соответствуют двумерному равномерному распределению с плотностью распределения равным 1. После пересчета $X_{i \text{ равн}} = 8(X_{i \text{ равн}} - 0,5)$, $Y_{i \text{ равн}} = Y_{i \text{ равн}} / \sqrt{2\pi}$, производится выбор:

если $Y_{i \text{ равн}} \leq e^{-\frac{X_{i \text{ равн}}^2}{2}} / \sqrt{2\pi}$, то $X_{i \text{ станд}} = X_{i \text{ равн}}$, иначе значение $X_{i \text{ равн}}$ отбрасывается. Полученный таким образом массив случайных чисел $X_{i \text{ станд}}$ соответствует нормальному стандартному распределению N .

Дальнейший пересчет значений случайных величин проводился по формуле: $X_i = X_{\text{расч}} (1 + X_{i \text{ станд}} k)$, где X_i – рассматриваемый в качестве случайной величины параметр, $X_{i \text{ станд}}$ – величина, полученная датчиком случайных чисел для стандартного нормального распределения, $X_{\text{расч}}$ – расчетное значение параметра, k – коэффициент, задающий максимальное отклонение случайной величины от расчетного значения, соответствует 3σ .

Результаты расчетов

Для расчетов приземления спускаемого аппарата были взяты исходные данные, приблизительно соответствующие характеристикам ракеты Falcon 9, а также из результатов работы [4].

Значения переменных, соответствующие моменту включения двигателя: $H(0) = 448,0558$ м; $V(0) = 183,82 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $u = G_T = 305 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$; $m(0) = 20$ т; $\beta = 2766 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $C_x = 0,8$.

В качестве зависимости плотности воздуха от высоты в стандартных условиях была принята следующая аппроксимация, дающая удовлетворительную точность до высоты в 20 км:

$$\rho_h = 1,22235514 - 0,11422776 \cdot \frac{h}{10^3} + 0,00368329 \left(\frac{h}{10^3} \right)^2 - 0,404 \left(\frac{h}{10^3} \right)^3 \cdot 10^{-3}.$$

Вначале было проанализировано влияние на скорость приземления всех выбранных случайных величин по отдельности. Принималось отклонение от расчетных для каждой случайной величины в пределах $\pm 1\%$, что соответствовало нормальному распределению в пределах $\pm 3\sigma$. Параметры статистического распределения скорости приземления приведены в табл. 1. Приведены значения математического ожидания,

среднеквадратичного отклонения, коэффициента асимметрии и коэффициента остроты вершинности.

Влияние совместного отклонения всех рассматриваемых случайных величин на распределение конечной скорости представлено в табл. 2 и рис. 1, рис. 2.

При этом принимались следующие возможные отклонения по параметрам: $\beta (\pm 5\%)$, $\rho_h (\pm 2\%)$, $H(0) (\pm 2\%)$, $V(0) (\pm 0,1\%)$, $Cx (\pm 2\%)$, $m(0) (\pm 1\%)$, $u (\pm 0,5\%)$. Предполагаем, что включение двигателя осуществляем по достижению расчетной скорости, тогда разброс по начальной скорости минимален, соответствует точности измерений.

На рис. 1 представлен полигон распределения скорости приземления, построенный по средним значениям интервалов распределения (число которых выбиралось равным 20), соответствует статистической плотности вероятности.

Таблица 1

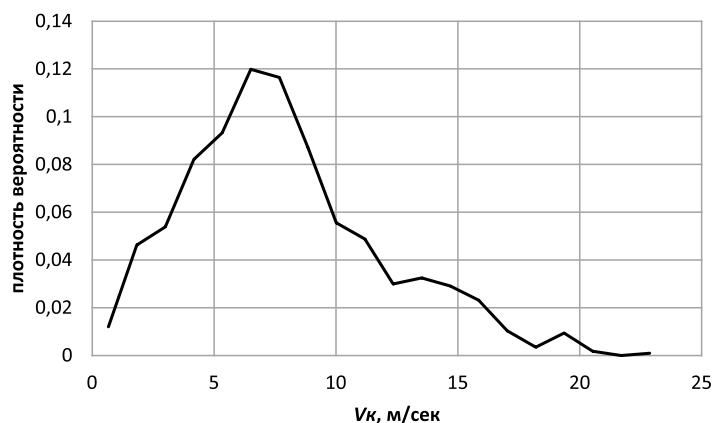
Влияние на скорость приземления некоторых параметров

Случайные величины	$M[Vk]$	$\sigma[Vk]$	As	Ex
Импульс двигателя, β	6,356695	3,258635	0,82478	0,590076
Плотность воздуха, ρ_h	2,938269	0,546773	-0,56457	0,553074
Высота включения двигателя, $H(0)$	6,057671	3,003891	0,784137	0,667651
Скорость включения двигателя, $V(0)$	7,728864	4,086735	0,966195	1,05187
Cx	2,956057	0,582367	-0,79403	1,448599
Масса, $m(0)$	6,623025	3,439914	0,849341	0,852846
Расход топлива, u	6,51975	3,446187	0,748269	0,330196

Таблица 2

Параметры распределения скорости приземления при совместном отклонении рассматриваемых случайных величин

Параметры распределения скорости приземления	$M[Vk] = 6,51975$	$\sigma[Vk] = 3,446187$	$As = 0,748269$	$Ex = 0,330196$
--	-------------------	-------------------------	-----------------	-----------------

Рис. 1. Плотность распределения случайной величины Vk

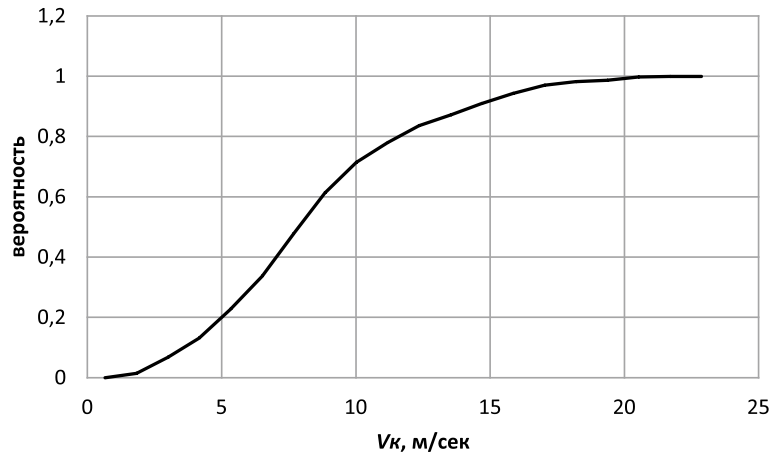


Рис. 2. Функция распределения случайной величины V_k

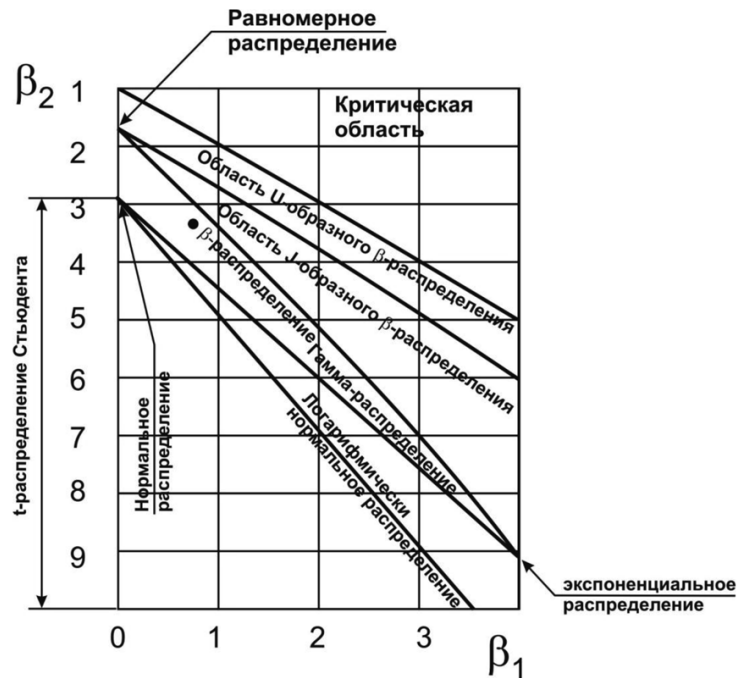


Рис. 3. Кривые Пирсона с указанной точкой полученным распределением случайной величины V_k .
Здесь $\beta_1 = As$, $\beta_2 = Ex + 3$

На рис. 2 представлена статистическая функция распределения случайной величины V_k при совместном возможном случайном отклонении рассмотренных параметров от расчетных значений (принятых или полученных в процессе расчета в [4]). Следует отметить, что в авиации мягкой посадкой принято считать касание поверхности земли с вертикальной скоростью меньшей 2 м/с. Для первой ступени ракеты Falcon 9 ограничение по скорости приземления в открытых источниках указано 6 м/с.

На рис. 3 в поле кривых Пирсона приведена точка, соответствующая характеристикам полученного распределения.

Заключение

Анализ результатов расчета показывает, что вероятность мягкой посадки без использования обратной связи в управлении тягой двигателя (даже при малых случайных отклонениях рассмотренных параметров) чрезвычайно мала. Так, вероятность того, что при малых отклонениях рассма-

триваемых случайных величин от расчетных значений скорость приземления будет меньше 2 м/с, равна 2%, вероятность того, что скорость приземления будет меньше 5 м/с, равна 20%.

При выбранной программе управления тягой двигателя (включение при достижении расчетного значения скорости приземления и выключение при достижении скорости или высоты нулевого значения без возможности дросселирования двигателя) скорость приземления, как случайная величина, имеет несимметричное распределение, достаточно сильно отличающееся от нормального.

Необходима разработка управления тягой двигателя с обратной связью при выбранном законе оптимального управления на последнем вертикальном участке приземления.

Список литературы

1. Официальный сайт компании SpaceX [Электронный ресурс]. URL: <http://www.spacex.com/falcon9> (дата обращения: 27.05.2019).
2. Официальный сайт компании Blue origin [Электронный ресурс]. URL: <https://www.blueorigin.com> (дата обращения: 27.05.2019).
3. Статистика запусков Falcon 9 [Электронный ресурс]. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Falcon_9_and_Falcon_Heavy_launches (дата обращения: 27.05.2019).
4. Мозжорина Т.Ю., Осипов В.В. Численное решение задачи о мягком приземлении методом пристрелки // Инновационное развитие. 2018. № 8 (25). С. 11–15.
5. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978. 486 с.
6. Мозжорина Т.Ю. Численное решение задач оптимального управления с переключением методом пристрелки // Математическое моделирование и численные методы. 2017. № 2 (14). С. 94–106.
7. Хуан Ичун. Оптимальное управление маневром лунного аппарата на выбранную точку мягкой посадки между зависаниями // Труды МАИ. 2016. № 90. [Электронный ресурс]. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=74747> (дата обращения: 27.05.2019).
8. Lars Blackmore Autonomous Precision Landing of Space Rockets. The BRIDGE Vol. 46. No. 4. Winter 2016.
9. Жуков Б.И., Лихачев В.Н., Сихарулидзе Ю.Г., Трифонов О.В., Федотов В.П., Ярошевский В.С. Комбинированный алгоритм управления посадкой космического аппарата «Луна-Глоб» // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. 2015. С. 1395–1398.
10. Жуков Б.И., Лихачев В.Н., Сазонов В.В., Сихарулидзе Ю.Г., Тучин Д.А., Федотов В.П., Ярошевский В.С. Сравнительный анализ алгоритмов управления посадкой на Луну // Космические исследования. 2015. Т. 53. № 6. С. 480.
11. Афанасьев В.А., Дегтярев Г.Л., Мещанов А.С., Сиразетдинов Т.К. Разработка и исследование алгоритмов управления вертикальным приземлением посадочных модулей // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2007. № 3. С. 56–59.