

СТАТЬИ

УДК 535.41:778.38

ОСОБЕННОСТИ ГОЛОГРАММ РЕГУЛЯРНЫХ ОБЪЕКТОВ

Исманов Ю.Х., Жумалиев К.М., Алымкулов С.А.

*Институт физики им. академика Ж.Ж. Жээнбаева НАН Киргизской Республики,
Бишкек, e-mail: i_yusupjan@mail.ru*

В статье рассмотрены некоторые особенности явления саморепродуцирования, проявляющиеся при восстановлении голограмм регулярных объектов, таких как одномерные линейные решетки. В отличие от рассмотренных ранее схем записи и восстановления голограмм регулярных объектов, обязательным требованием для которых являлось точное соблюдение условия для расстояния между голограммой и решеткой – расстояние должно быть кратным постоянной саморепродуцирования, в данном исследовании рассмотрен более общий случай записи голограммы линейной решетки, для которого расстояние между плоскостями решетки и голограммы берется абсолютно произвольно. Показано, что при восстановлении регулярного периодического объекта необходимо учитывать, что при восстановлении голограммы возникают не только изображения решетки, но и вся последовательность саморепродукций. Анализ процесса восстановления при таком подходе показывает, что в этом случае в обоих порядках дифракции объекты захватывают как мнимое, так и действительное области пространства, т.е. деление на мнимое и действительное изображения теряет смысл. Оба изображения можно видеть одновременно в обоих порядках дифракции в случае восстановления исходной опорной волной или сопряженной ей. Важной особенностью голографического процесса для регулярного объекта является то, что последовательность саморепродукций формируется также и нулевым порядке дифракции, причем эта последовательность видна одновременно и как действительный объект, и как мнимый.

Ключевые слова: голограмма, метод Габора, регулярный объект, саморепродуцирование, порядок дифракции, мнимое и действительное изображения

FEATURES OF HOLOGRAMS OF REGULAR OBJECTS

Ismanov Yu.Kh., Zhumaliev K.M., Alymkulov S.A.

*Institute of Physics named after academician Z.Z. Zheenbaev of the National Academy
of Sciences of the Kyrgyz Republic, Bishkek, e-mail: i_yusupjan@mail.ru*

The article discusses some features of the phenomenon of self-reproduction, which are manifested during the restoration of holograms of regular objects, such as one-dimensional linear lattices. In contrast to the previously described schemes for recording and reconstructing holograms of regular objects, the mandatory requirement for which was the exact observance of the condition for the distance between the hologram and the lattice – the distance should be a multiple of the self-reproduction constant, in this study we consider a more general case of recording a hologram of a linear lattice, for which the distance between the planes of the lattice and the hologram is taken absolutely arbitrarily. It is shown that when restoring a regular periodic object, it is necessary to take into account that when restoring a hologram, not only lattice images appear, but the whole sequence of self-reproductions. An analysis of the restoration process with this approach shows that in this case, in both diffraction orders, objects capture both imaginary and real regions of space, i.e., dividing by imaginary and real images loses its meaning. Both images can be seen simultaneously in both diffraction orders in the case of restoration of the original reference wave or its conjugate. An important feature of the holographic process for a regular object is that the sequence of self-reproductions is also restored to the zero diffraction order, and this sequence is visible both as a real object and as an imaginary one.

Keywords: hologram, Gabor method, regular object, self-reproduction, diffraction order, imaginary and real images

В работах [1–3] рассматривается схема восстановления последовательности саморепродукций в случае голографической записи линейной решетки. Голограмма решетки записывалась по стандартной внеосевой схеме с использованием наклонного опорного пучка. Запись голограммы осуществлялась при условии, что расстояние между плоскостью записи и решеткой в точности была кратна некоторой фиксированной величине, называемой постоянной саморепродуцирования. Голограмма, восстановленная исходной опорной волной, формировала не только мнимое изображение решетки, но и после-

довательность ее саморепродукций [4–6]. При восстановлении голограммы решетки волной, сопряженной исходной опорной волне, восстанавливались действительные изображения решетки и последовательности саморепродукций. Основные выводы, которые делали авторы по результатам своих исследований, это то, что обязательным требованием для восстановления решетки и последовательности саморепродукций является точное соблюдение условия для расстояния между плоскостями голограммы решетки и самой решетки – расстояние должно быть кратным постоянной саморепродуцирования.

Целью данной работы является рассмотрение более общего случая записи голограммы линейной решетки, для которого расстояние между плоскостями объекта-решетки и голограммы берется абсолютно произвольно [7–9].

Саморепродуцирование в голографии

При записи пропускающих объектов, таких как линейная решетка, необходимость в использовании дополнительной, соосной объектной волне, опорной волны в схеме записи радужной голограммы отпадает. Особенностью пропускающих объектов является то, что в этом случае объектную волну можно рассматривать, как совокупность двух составляющих: дифрагированная и недифрагированная части. Недифрагированную часть можно рассматривать как соосную предметной волне опорную волну.

Схематично процесс записи голограммы периодического объекта – линейной одномерной решетки – представлен на рис. 1 [10–12].

Объект P – его плоскость (x_0, y_0) – удален на расстояние z_1 от параллельно расположенной плоскости фотопластинки (x, y) . φ – угол, который образуют предметная волна и перпендикуляр к плоскости голограммы. Угол, который образуют опорная и объектная волны, также равен φ .

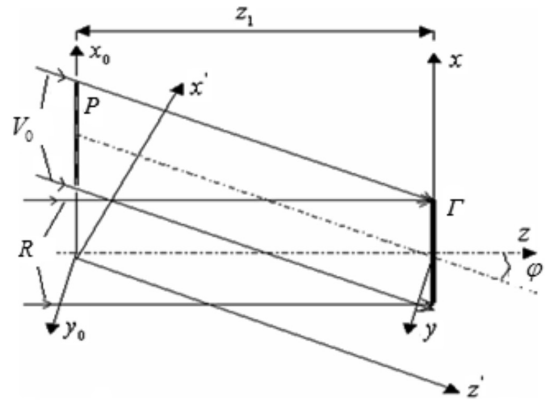


Рис. 1. Схема записи голограммы Γ периодического объекта: P – решетка; R – опорная волна; V_0 – объектная волна

Для схемы, соответствующей рис. 1, выражение для плоской волны, освещающей объект, имеет вид

$$V_0(x_1, y_1, z_1) = a \exp(ikz_1), \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина падающей волны, z_1 – ось, соответствующая направлению распространения волны, a – амплитуда освещающей волны.

Окончательное выражение для поля за решеткой записывается в виде

$$V_0(x_0, y_0, z_0^+) = a \exp(ikx_0 \sin \varphi) \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(2\pi i n x_0 / d). \quad (2)$$

Здесь d – период линейной решетки.

Выражение для поля $V_z(x, y, z)$ в плоскости голограммы Γ находится как приближение Френеля [13–15]:

$$V_z(x, y, z) = \frac{\exp(ikz)}{ikz} \iint_{-\infty}^{\infty} V(x_0, y_0, z_0^+) \exp\left\{ \frac{i\pi}{\lambda z} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] \right\} dx_0 dy_0. \quad (3)$$

Несложные расчеты дают

$$V_z(x, y, z) = L \exp(ikx \sin \varphi) \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp\left[i2\pi \left(\frac{nx}{d} - \frac{n^2 \lambda z}{2d^2} \right) \right], \quad (4)$$

где L – некоторый фиксированный множитель.

Плоская опорная волна распространяется вдоль оси z , т.е. на плоскость голограммы эта волна падает перпендикулярно:

$$R = A \exp(ikz), \quad (5)$$

здесь A – амплитуда опорной волны.

Пропускающий коэффициент одномерной линейной решетки можно рассматривать как сумму следующего вида

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_n, \quad (6)$$

где σ_0 – фиксированная составляющая пропускающего коэффициента решетки, имеющая нулевую пространственную частоту, а σ_n – составляющая с ненулевой частотой. Объектное поле на удалении z от плоскости решетки имеет вид

$$\sigma_0 = b_0, \quad \sigma_n = \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{\infty} b_n \exp\left[i2\pi \left(\frac{nx}{d} - \frac{n^2 \lambda z}{2d^2} \right) \right]. \quad (7)$$

Перейдем к рассмотрению +1-го порядка дифракции. В соответствии с (10), из указанного соотношения легко получить выражение, описывающее изображение решетки, возникающее сразу за ней, если взять значение второго слагаемого в показателе экспоненты таким образом, чтоб оно было кратным 2π , т.е. $z = \frac{2d^2}{\lambda}n$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Соотношение, которое определяет положения саморепродукций: $z = \frac{2d^2}{\lambda}k$, где $k = l/2, l = 0, 1, 2, 3, \dots$

Здесь значения z в выражении (10) – это координаты, которые задаются вдоль оси, перпендикулярной к плоскости записанной решетки. Координаты плоскостей саморепродукции в +1 порядке дифракции можно записать в виде

$$z_1 = -z_\Gamma + \frac{2d^2}{\lambda}k, \quad (11)$$

здесь $k = l, l = 0, 1, 2, 3, \dots$; $-z_\Gamma$ – расстояние между восстановленным изображением и плоскостью голограммы; система координат z_1 , имеющая начало в плоскости голограммы.

Рассмотрим –1-й порядок дифракции. Подобно предыдущему случаю, координаты положений плоскостей саморепродукции в этом порядке дифракции также можно представить в виде $z = \frac{2d^2}{\lambda}n$, ($n = l/2, l = 0, 1, 2, 3, \dots$). Соотношение, определяющее положения плоскостей саморепродукций:

$$z_1 = \frac{2d^2}{\lambda}n + \left[z_\Gamma - \text{int} \left(\frac{z_\Gamma}{t} \right) t \right], \quad (12)$$

здесь $t = \frac{2d^2}{\lambda}$ – постоянная саморепродуцирования, $n = l/2, (l = 0, 1, 2, 3, \dots)$. Для координат, задающих положения плоскостей саморепродукции в нулевом порядке дифракции, получается соотношение, совпадающее с (12) в –1-м порядке дифракции:

$$z_1 = \frac{2d^2}{\lambda}n + \left[z_\Gamma - \text{int} \left(\frac{z_\Gamma}{t} \right) t \right].$$

Выводы

1. Проведен теоретический анализ голографического процесса для периодического объекта типа линейной решетки.

2. Показано, что при восстановлении регулярного периодического объекта необходимо учитывать, что при восстановлении голограммы возникают не только изображения решетки, но и вся последовательность саморепродукций.

Анализ процесса восстановления при таком подходе показывает, что в этом случае в обоих порядках дифракции объекты захватывают как мнимое, так и действительное области пространства, т.е. деление на мнимое и действительное изображения теряет смысл. Оба изображения можно видеть одновременно в обоих порядках дифракции в случае восстановления исходной опорной волной или сопряженной ей.

3. Важной особенностью голографического процесса для регулярного объекта является то, что последовательность саморепродукций формируется также в и нулевом порядке дифракции, причем эта последовательность видна одновременно и как действительный объект, и как мнимый.

Список литературы

1. Wen J., Zhang Y., Xiao M. The Talbot effect: recent advances in classical optics, nonlinear optics, and quantum optics. *Advances in Optics and Photonics*. 2013. Vol. 5. Issue 1. P. 83–130. DOI: 10.1364/AOP.5.000083.
2. Guillet de Chatellus H., Lacot E., Hugon O., Jacquinet O., Khebbache N., Azana J. Phases of Talbot patterns in angular self-imaging. *Journal of the Optical Society of America A*. 2015. Vol. 32. Issue 6. P. 1132–1139. DOI: 10.1364/JOSAA.32.001132.
3. Schnébelin C., Guillet de Chatellus H. Spectral interpretation of Talbot self-healing effect and application to optical arbitrary waveform generation. *Optics Letters*. 2018. Vol. 43. Issue 7. P. 1467–1470. DOI: 10.1364/OL.43.001467.
4. Hector S.D., Swanson G.J. Shared aperture for two beams of different wavelength using reflective phase gratings and the Talbot effect. *Applied Optics*. 1992. Vol. 31. Issue 34. P. 7267–7276. DOI: 10.1364/AO.31.007267.
5. Fernández-Pousa C.R. On the structure of quadratic Gauss sums in the Talbot effect. *Journal of the Optical Society of America A*. 2017. Vol. 34. Issue 5. P. 732–742. DOI: 10.1364/JOSAA.34.000732.
6. Zhou P., Burge J.H. Analysis of wavefront propagation using the Talbot effect. *Applied Optics*. 2010. Vol. 49. Issue 28. P. 5351–5359. DOI: 10.1364/AO.49.005351.
7. Schnebelin C., Guillet de Chatellus H. Fractional Fourier transform-based description of the Talbot effect: application to analog signal processing. *Applied Optics*. 2017. Vol. 56. Issue 1. P. A62–A68. DOI: 10.1364/AO.56.000A62.
8. Wen J., Zhang Y., Zhu S.-N., Xiao M. Theory of nonlinear Talbot effect. *Journal of the Optical Society of America B*. 2011. Vol. 28. Issue 2. P. 275–280. DOI: 10.1364/JOSAB.28.000275.
9. Kim M.-S., Scharf T., Menzel C., Rockstuhl C., Herzig H.P. Talbot images of wavelength-scale amplitude gratings. *Optics Express*. 2012. Vol. 20. Issue 5. P. 4903–4920. DOI: 10.1364/OE.20.004903.
10. Hua Y., Suh J.Y., Zhou W., Huntington M.D., Odom T.W. Talbot effect beyond the paraxial limit at optical frequencies. *Optics Express*. 2012. Vol. 20. Issue 13. P. 14284–14291. DOI: 10.1364/OE.20.014284.

11. Исманов Ю.Х., Алымкулов С.А. Саморепродуцирование регулярных объектов с ограниченной апертурой // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2015. № 7. С. 3–5.
12. Ismanov Y.K., Dzhamankyzov N.K. Holographic Interferometer for the Study of Phase Media, Which Has Four Output Channels of Different Sensitivity. *International Journal of Optics*. 2019. V. 2019. P. 2936172.
13. Жумалиев К.М., Исманов Ю.Х., Алымкулов С.А. Расчет синтезированной голограммы Френеля // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2019. № 8. С. 130–134.
14. Maripov A., Ismanov Y., Omyrzakov K. Four-channel wide-range holographic interferometer // *Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering*, editors: Osten W., Creath K., Kujawinska M. 2003. P. 606–610. DOI: 10.1117/12.501342.
15. Maripov A., Ismanov Y. The Talbot effect (a self – imaging phenomenon) in holography. *Journal of Optics (0150-536X)*. 1994. V. 25. No. 1. P. 3–8. DOI: 10.1088/0150-536X/25/1/001.