УДК 531.1

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТРИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ В ПЛАНАХ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ

Подобед С.А.

Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова», Мирный, e-mail: podobedsa@mail.ru

В педагогической науке мотивацию учебной деятельности студентов считают важнейшей проблемой, не теряющей своей актуальности и сегодня, так как учебная мотивация является силой, побуждающей студентов к изучению дисциплин, получению знаний, формирующих компетенции. В связи с этим преподаватели следуют не только проверенным на практике рекомендациям по повышению мотивации, но и предлагают свои подходы к решению этой проблемы. Один из таких подходов, призванных повысить интерес студентов к изучаемым дисциплинам, в частности к дисциплинам «Теоретическая механика» и «Прикладная механика (теория машин и механизмов)», стал причиной написания данной статьи. Сущность этого подхода состоит в том, чтобы через практическую реализацию дидактического принципа, предъявляемого к содержанию программного материала дисциплины, а именно принципа доступности, который предполагает, что степень сложности учебного материала должна соответствовать уровню подготовленности и имеющемуся запасу знаний студентов, содержание и объем которого должно быть понятным и посильным соответственно – слишком легкий материал и слишком сложный материал понижают мотивацию. Анализ содержания тем, представленных в учебниках по теоретической механике, прикладной механике (теории машин и механизмов), показывает, что некоторые из них представляют сложность в восприятии из-за сложности алгоритма применяемых методов, в частности аналитического метода определения кинематических параметров плоского движения звеньев механизма – метода замкнутых векторных контуров, предложенного В.А. Зиновьевым, являющегося высокоточным методом. По этой причине предложен аналитический метод определения кинематических характеристик тела, совершающего плоское движение с использованием метрических соотношений в планах скоростей и ускорений. В результате повысилась значимость такого научного открытия, как план скоростей и план ускорений; метод обладает наглядностью и высокой точностью вычислений, использует аналитические выражения, содержащие только алгебраические и тригонометрические операции, значительно упрощая его алгоритм.

Ключевые слова: кинематика плоского движения, кинематический анализ плоских механизмов, теория машин и механизмов (прикладная механика), планы скоростей и ускорений, мотивация учебной деятельности, метрические соотношения в треугольниках

ANALYTICAL METHOD FOR DETERMINING THE BASIC KINEMATIC CHARACTERISTICS OF PLANE BODY MOTION USING METRIC RELATIONS IN THE PLANS OF SPEED AND ACCELERATION

Podobed S.A.

Polytechnic Institute (branch) M.K. Ammosov North-Eastern Federal University, Mirny, e-mail: podobedsa@mail.ru

One of the most urgent problems of pedagogical science is the encouraging of students' learning activities, which is so far relevant today, for educational motivation is a force that drives students to study disciplines and acquire knowledge that forms competencies. In this regard, along with following the proven recommendations for increasing motivation, the teachers also offer their own approaches to this problem. One of such approaches aimed to increase students' interest in the program disciplines, in particular, «Theoretical Mechanics» and «Applied Mechanics (theory of machines and mechanisms)», caused this article to be written. The essence of the proposed approach is that through the practical implementation of the didactic principle presented to the content of the program material of the discipline, namely the principle of accessibility, which assumes that the degree of complexity of the educational material should correspond to the level of preparedness and the available stock of knowledge of students, the content and volume of which should be understandable and feasible, respectively – exceedingly complex material lowers motivation. Analysis of the content of the topics presented in textbooks on theoretical mechanics, applied mechanics (theory of machines and mechanisms) shows some of them are difficult to perceive due to the complexity of the algorithm of the methods used, in particular, an analytical method for determining the kinematic parameters of the mechanism links plane motion, the method of closed vector paths, proposed by V.A. Zinoviev. For this reason, an analytical method is proposed for determining the kinematic characteristics of a body performing a plane motion using metric ratios in the plans of speeds and accelerations. As a result, the significance of such scientific discoveries as the plan of speeds and the plan of accelerations has increased; the method possesses visualization and accuracy of calculations, applies analytical expressions containing only algebraic and trigonometric operations, significantly simplifying its algorithm.

Keywords: plane kinematics, kinematic analysis of plain mechanisms, theory of machines and mechanisms (applied mechanics), plans of speed and acceleration, learning activity motivation, triangle metric relationships

Для определения кинематических характеристик плоского движения тела применяются как графические (метод планов), так и аналитические методы исследования. Планы скоростей и планы ускорений являются векторными решениями кинематических задач при применении теоремы о скоростях и теоремы об ускорениях плоской фигуры. Графические методы просты и наглядны, но у них невысокая точность, связанная с графическими построениями, и надо строить планы скоростей и ускорений для каждого положения механизма. В литературе, изучающей плоскопараллельное движение, отмечается, что с появлением ЭВМ техническое значение планов скоростей и ускорений утратило свой смысл. Но, с другой стороны, эти планы являются идеальным учебным материалом для изучения плоского движения. Высокоточные аналитические методы содержат сложные алгоритмы, понижающие мотивацию учебной деятельности. Эти обстоятельства определили цель данной работы.

Цель исследования – предложить аналитический метод определения основных кинематических характеристик плоского движения тела, удовлетворяющий следующим требованиям: обеспечивать высокую точность, содержать простой алгоритм, способствовать закреплению учебного материала по теме «Плоское движение твердого тела» и повышать мотивацию учебной деятельности.

Материалы и методы исследования

В учебной литературе по теоретической механике [1–3] для определения кинематических характеристик плоского движения твердого тела используются графические (метод планов и метод диаграмм) методы или вычисляются с помощью мгновенных центров скоростей и ускорений, или с помощью основной теоремы кинематики. В теории машин и механизмов (прикладная механика) эти методами также пользуются наряду с высокоточными аналитическими методами, в частности методом замкнутых векторных контуров, предложенным В.А. Зиновьевым [4]. В данной работе предлагается аналитический метод кинематического анализа плоских механизмов, звенья которого совершают плоскопараллельное движение с использованием метрических соотношений в векторных треугольниках планов скоростей и ускорений. Алгоритм этого метода заключается в том, что, используя планы положений механизма, планы скоростей и ускорений, а также свойства планов, определяются внутренние углы векторных треугольников в планах скоростей и ускорений точек звена и далее по теореме косинусов или синусов находят скорости и ускорения.

Изложение метода демонстрируется на примере кинематического анализа кривошипно-шатунного механизма, план положений которого изображен на рисунке, *а*, план скоростей – на рисунке, *б*, план ускорений – на рисунке, *в*.

Определение скоростей. Звено ВС механизма совершает плоскопараллельное движение. Для построения плана скоростей решают систему векторных уравнений:

$$\begin{cases} \vec{V}_C = \underline{\underline{\vec{V}_B}} + \underline{\vec{V}_{C(B)}}, \\ \vec{V}_C = \underline{\vec{V}_{Cx}}. \end{cases} \tag{1}$$

где $\underline{\underline{\vec{V}_B}}$ – известная по величине и по направлению (перпендикулярно звену AB, в сторону вращения звена AB (подчеркнута двумя чертами)) скорость точки B, принимаемая за полюс; $\underline{\vec{V}_{C(B)}}$ – скорость точки C при вращении ее вокруг полюса B, известная только по направлению (подчеркнута одной чертой); $\underline{\vec{V}_{Cx}}$ – известная по направлению скорость точки C (направлена параллельно направляющей x-x).

Решая систему векторных уравнений (1), используя свойство подобия планов (плоские фигуры на плане положений и на плане скоростей геометрически подобны) в произвольном масштабе строится план скоростей для точек механизма, следуя разработанным отечественными учеными методикам [4, 5]. Точкам плана положений A, B, C, D, S_2, E (рисунок, *а*) соответствуют точки плана скоростей p (*а*), b, c, d, s_2, e (рисунок, *б*). Векторы, проведенные из полюса плана скоростей P, изображают абсолютные скорости, а векторы, не проходящие через полюс, изображают относительные скорости точек звена BCдля данного положения механизма (угла поворота звена AB – φ).

Из векторного треугольника pbc плана скоростей абсолютную скорость точки C вычисляем, применяя теорему синусов: $V_C / \sin\theta = V_{C(B)} / \sin\alpha = V_B / \sin\beta$

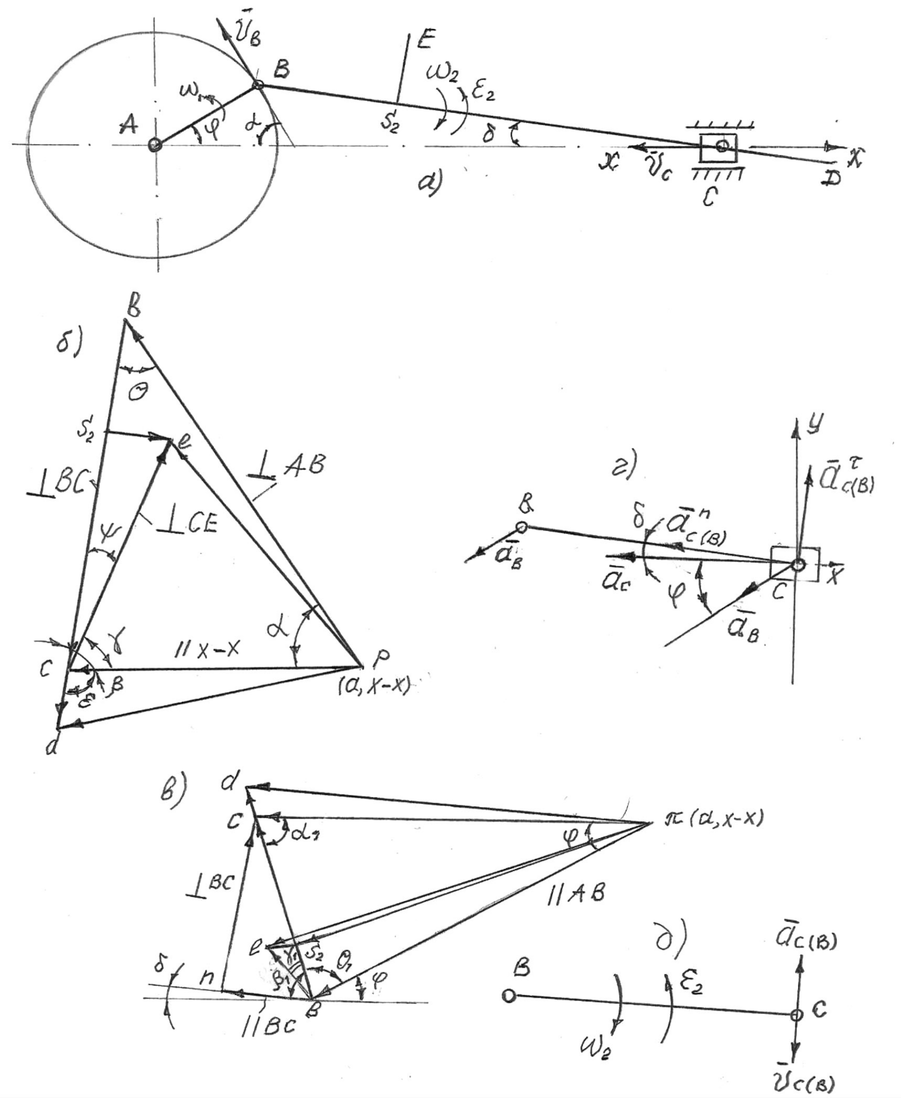
$$V_C = \frac{V_B \sin\theta}{\sin\beta} =$$

$$= \frac{V_B\left(\lambda\cos\varphi\sin\varphi + \sin\varphi\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi}\right)}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi}} \tag{2}$$

V_B – абсолютная скорость точки B, изображаемая отрезком pb и вычисляемая по формуле

$$V_B = \omega_{AB} \cdot l_{AB} = \omega_1 \cdot l_{AB}, \tag{3}$$

здесь $\omega_1 = \omega_{AB}$ – заданная постоянная угловая скорость звена AB; l_{AB} – длина звена AB.



Метод планов: а) план положений; б) план скоростей; в) план ускорений; г) составляющие ускорения $\vec{a}_C$; д) направления ω_2 и ε_2 звена BC

$V_{C(B)}$ – относительная скорость точки *C* во вращательном движении вокруг точки *B*, изображаемая отрезком *bc* и вычисляемая по формуле

$$V_{C(B)} = \omega_{BC} \cdot l_{BC} = \omega_2 \cdot l_{BC}, \quad (4)$$

где $\omega_2 = \omega_{BC}$ – угловая скорость звена *BC*; l_{BC} – длина звена *BC*. Из геометрических соображений и свойств планов скоростей вычисляем $\sin\theta, \sin\alpha, \sin\beta$:

$$\cos\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin\varphi; \;\; \cos\beta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \sin\delta = \frac{l_{AB}}{l_{BC}}\sin\varphi = \lambda\sin\varphi;$$

$$\sin\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos\varphi; \;\; \sin\beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \cos\delta = \sqrt{1-\sin^2\delta} = \sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi}; \quad (5)$$

$$\sin\theta = \sin\left[\pi - (\alpha+\beta)\right] = \sin(\alpha+\beta) = \lambda\cos\varphi\sin\varphi + \sin\varphi\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi};$$

$$\cos\theta = \left[\pi - (\alpha+\beta)\right] = -\cos(\alpha+\beta) = \left(\cos\varphi\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi} - \lambda^2\sin^2\varphi\right).$$

Из векторного треугольника *pbc* плана скоростей также находим относительную скорость $V_{C(B)}$ точки *C* при вращении ее вокруг полюса *B*, применяя теорему синусов: $\frac{V_{C(B)}}{\sin\alpha}=\frac{V_B}{\sin\beta}$, откуда

$$V_{C(B)}=\frac{V_B\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{V_B\cos\varphi}{\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi}}. \qquad (6)$$

По свойству подобия планов, составляя пропорции, находят положение точек S_2, *D*, *E* звена *BC* на плане скоростей s_2, *d*, *e* и величины их относительных скоростей. Для относительной скорости Vs_2 точки S_2 при вращении ее вокруг полюса *B* составим пропорцию:

$$\frac{l_{BC}}{l_{BS_2}}=\frac{bc}{bs_2}=\frac{V_{C(B)}}{V_{S_2(B)}},\quad V_{S_2(B)}=\frac{V_{C(B)}\cdot l_{BS_2}}{l_{BC}}. \qquad (7)$$

Для относительной скорости $V_{D(B)}$ точки *D* при вращении ее вокруг полюса *B* составим пропорцию:

$$\frac{l_{BC}}{l_{BD}}=\frac{bc}{bd}=\frac{V_{C(B)}}{V_{D(B)}},\quad V_{D(B)}=\frac{V_{C(B)}\cdot l_{BD}}{l_{BC}}. \qquad (8)$$

Для относительной скорости $V_{E(C)}$ точки *E* при вращении ее вокруг полюса *C* составим пропорцию (точка *C* взята за полюс вместо точки *B* из удобства):

$$\frac{l_{BC}}{l_{CE}}=\frac{bc}{ce}=\frac{V_{C(B)}}{V_{E(C)}},\quad V_{E(C)}=\frac{V_{C(B)}\cdot l_{CE}}{l_{BC}}. \qquad (9)$$

Применяя теорему косинусов в треугольнике pbs_2 плана скоростей, вычислим скорость точки S_2:

$$Vs_2=\sqrt{V_B^2+V_{S2(B)}^2-2V_BV_{S2(B)}\cos\theta}. \qquad (10)$$

Применяя теорему косинусов в треугольнике *pbd* плана скоростей, вычислим скорость точки *D*:

$$V_D=\sqrt{V_B^2+V_{D(B)}^2-2V_BV_{D(B)}\cos\theta}. \qquad (11)$$

Применяя теорему косинусов в треугольнике *pce* плана скоростей, вычислим скорость точки *E*:

$$V_E=\sqrt{V_C^2+V_{E(C)}^2-2V_CV_{E(C)}\cos\gamma},$$

где

$$\cos\gamma=\cos(\beta-\psi)=\cos\beta\cos\psi+\sin\beta\sin\psi=\lambda_1\cos\varphi+\lambda_2\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\varphi}. \qquad (12)$$

Здесь $\cos\psi=\frac{l_{CS_2}}{l_{CE}}=\frac{l_{BC}-l_{BS_2}}{l_{CE}}=\lambda_1$, $\sin\psi=\frac{l_{S_2E}}{l_{CE}}=\lambda_2$.

Угловую скорость звена *BC* определим из формулы

$$\omega_2=\frac{V_{C(B)}}{l_{BC}}. \qquad (13)$$

Направление угловой скорости ω_2 определится направлением вектора скорости $V_{C(B)}$, а для последующих значений φ также знаком $V_{C(B)}$ (изменение знака $V_{C(B)}$ на противоположный означает изменение первоначального направления ω_2 на противоположное) (рисунок, *д*). Направление вектора скорости $\overrightarrow{V_C}$ при последующих значениях φ определится знаком V_C (изменение знака V_C на противоположный означает изменение первоначального направления вектора на противоположное) (рисунок, *д*).

Определение ускорений. Для построения плана ускорений (рисунок, *в*) решают систему векторных уравнений

$$\begin{cases} \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C(B)} = \underline{\underline{\vec{a}_B}} + \underline{\underline{\vec{a}^n_{C(B)}}} + \underline{\vec{a}^\tau_{C(B)}}, \\ \vec{a}_C = \underline{\vec{a}_{Cx}}. \end{cases} \quad (14)$$

где $\underline{\underline{\vec{a}_B}}$ – известное по величине и по направлению (направлено вдоль звена *AB* к центру вращения (подчеркнуто двумя чертами)) ускорение точки *B*, принимаемой за полюс (отрезок πв); $\underline{\underline{\vec{a}^n_{C(B)}}}$ – известное по величине и по направлению (направлено вдоль звена к точке *B* (подчеркнуто двумя чертами)) нормальное ускорение точки *C* (отрезок *вп*); $\underline{\vec{a}^\tau_{C(B)}}$ – известное только по направлению (направлено перпендикулярно звену *BC* (подчеркнуто одной чертой)) тангенциальное ускорение точки *C* (отрезок *пс*); $\underline{\underline{\vec{a}_{Cx}}}$ – известное по направлению (направлено параллельно направляющей *x-x*) ускорение точки *C* (отрезок π*c*). Решая систему векторных уравнений (14), используя свойство подобия планов (плоские фигуры на планах положений и на планах ускорений геометрически подобны) в произвольном масштабе построен план ускорений, следуя методикам, разработанным отечественными учеными [4, 5]. Точкам плана положений *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (рисунок, *а*) соответствуют точки плана ускорений *a*(*π*), *b*, *c*, s_2, *d*, *e* (рисунок, в). Векторы, проведенные из полюса плана ускорений π, изображают абсолютные ускорения, а векторы, не проходящие через полюс, изображают относительные ускорения точек *B*, *C*, S_2, *D*, *E* для данного положения механизма.

Из векторного треугольника *πbc* плана ускорений (рисунок, в) абсолютное ускорение точки *C* вычислим из пропорций (теорема синусов) $a_C / \sin\theta_1 = a_B / \sin\alpha_1 = a_{C(B)} / \sin\varphi$

$$a_C = \frac{a_B \sin\theta_1}{\sin\alpha_1}, \quad (15)$$

где a_B – абсолютное ускорение точки *B*, равное нормальному ускорению a^n_B (касательное ускорение точки $a^\tau_B = \varepsilon_1 \cdot l_{AB} = 0$, так как угловая скорость звена *AB* ω_1 = const) вычисляется по формуле

$$a_B = \sqrt{(a^n_B)^2 + (a^\tau_B)^2} = a^n_B = \omega_1^2 \cdot l_{AB}. \quad (16)$$

Здесь $\omega_1 = \omega_{AB}$ – заданная постоянная угловая скорость звена *AB*; l_{AB} – длина звена *AB*. $a_{C(B)}$ – полное относительное ускорение точки *C* (отрезок *вс*) во вращательном движении вокруг точки *B*, вычисляемое по формуле

$$a_{C(B)} = \sqrt{(a^n_{C(B)})^2 + (a^\tau_{C(B)})^2}. \quad (17)$$

Здесь $a^n_{C(B)}$ – нормальное ускорение точки *C* во вращательном движении вокруг точки *B*, равное $a^n_{C(B)} = \omega_2^2 \cdot l_{BC}$; $a^\tau_{C(B)}$ – касательное ускорение точки *C* во вращательном движении ее вокруг точки *B*, равное $a^\tau_{C(B)} = \varepsilon_2 \cdot l_{BC}$ (ω_2 и ε_2 угловая скорость и угловое ускорение звена *BC* соответственно).

$\sin\theta_1$ – синус $\angle$ *πbc* плана ускорений (рисунок, *в*); $\theta_1 = \left[\pi - \left(\delta + \varphi + \beta_1\right)\right]$.

Тогда

$$\sin\theta_1 = \sin\left[\pi - \left(\delta + \varphi + \beta_1\right)\right] = \sin\left[\left(\delta + \varphi\right) + \beta_1\right] = \sin\left(\delta + \varphi\right)\cos\beta_1 + \cos\left(\delta + \varphi\right)\sin\beta_1. \quad (18)$$

Здесь

$$\cos\left(\delta + \varphi\right) = \cos\delta\cos\varphi - \sin\delta\sin\varphi, \quad \sin\left(\delta + \varphi\right) = \sin\delta\cos\varphi + \sin\varphi\cos\delta, \quad \sin\beta_1 = \frac{tg\beta_1}{\sqrt{1 + tg^2\beta_1}},$$

$$\cos\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\beta_1}}, \quad tg\beta_1 = \frac{\varepsilon_2}{\omega_2^2}, \quad \sin\delta = \frac{l_{AB}}{l_{BC}}\sin\varphi = \lambda\sin\varphi, \quad \cos\delta = \sqrt{1 - \lambda^2\sin^2\varphi}.$$

$$\sin\alpha_1 = \sin\left[\pi - \left(\theta_1 + \varphi\right)\right] = \sin\left(\theta_1 + \varphi\right) = \sin\theta_1\cos\varphi + \cos\theta_1\sin\varphi. \quad (19)$$

Здесь $\cos\theta_1 = \sqrt{1 - \sin^2\theta_1}$.

Угловое ускорение ε_2 звена BC вычисляется проецированием векторного уравнения $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^n_{C(B)} + \vec{a}^\tau_{C(B)}$ на ось y-y, перпендикулярную известному направлению искомого ускорения $\vec{a}_C$ (рисунок, *г*)

$$-a_B \cdot \sin\varphi + a^n_{C(B)} \cdot \sin\delta + a^\tau_{C(B)} \cdot \cos\delta = 0\,,\ a^\tau_{C(B)} \cdot \cos\delta = a_B \cdot \sin\varphi - a^n_{C(B)} \cdot \sin\delta\,,$$

$$a^\tau_{C(B)} = \frac{a_B \cdot \sin\varphi - a^n_{C(B)} \cdot \sin\delta}{\cos\delta},\ \varepsilon_2 \cdot l_{BC} = \frac{\omega_1^2 \cdot l_{AB} \cdot \sin\varphi - \omega_2^2 \cdot l_{BC} \sin\delta}{\cos\delta},$$

откуда

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{CB} = \frac{\omega_1^2 \cdot l_{AB} \cdot \sin\varphi - \omega_2^2 \cdot l_{BC} \sin\delta}{l_{BC} \cdot \cos\delta}. \qquad (20)$$

Направление ускорения звена ε_2 определяется направлением вектора $a^\tau_{C(B)}$ (рисунок, *г*). Относительные ускорения точек S_2, D, E находятся из пропорций по свойству подобия планов.

Относительное ускорение точки S_2 находится из пропорции

$$\frac{l_{BC}}{l_{BS_2}} = \frac{bc}{bs_2} = \frac{a_{C(B)}}{a_{S_2(B)}},\ a_{S_2(B)} = \frac{l_{BS_2} \cdot a_{C(B)}}{l_{BC}}. \qquad (21)$$

Абсолютное ускорение точки S_2 (отрезок πs_2) находится по теореме косинусов

$$a_{S2} = \sqrt{a_B^2 + a^2_{S2(B)} - 2a_B a_{S2(B)} \cos\theta_1}\,. \qquad (22)$$

Относительное ускорение точки D находится из пропорции

$$\frac{l_{BC}}{l_{BD}} = \frac{bc}{bd} = \frac{a_{C(B)}}{a_{D(B)}},\ a_{D(B)} = \frac{l_{BD} \cdot a_{C(B)}}{l_{BC}}. \qquad (23)$$

Абсолютное ускорение точки D (отрезок πd) находится по теореме косинусов

$$a_D = \sqrt{a_B^2 + a^2_{D(B)} - 2a_B a_{D(B)} \cos\theta_1}\,. \qquad (24)$$

Относительное ускорение точки E находится из пропорции

$$\frac{l_{BC}}{l_{BE}} = \frac{bc}{be} = \frac{a_{C(B)}}{a_{E(B)}},\ a_{E(B)} = \frac{l_{BE} \cdot a_{C(B)}}{l_{BC}}, \qquad (25)$$

где l_{BE} – расстояние между точками B и E звена BC, равное $l_{BE} = \sqrt{(l_{BS2})^2 + (l_{ES2})^2}$.

Абсолютное ускорение точки E (отрезок πe) находится по теореме косинусов из $\Delta\ \pi be$ (рисунок, *в*):

$$a_E = \sqrt{a_B^2 + a^2_{E(B)} - 2a_B a_{E(B)} \cos\xi}\,. \qquad (26)$$

Здесь $\cos\xi = \cos(\gamma + \theta_1) = \cos\gamma\cos\theta_1 - \sin\gamma\sin\theta_1$, $\cos\gamma = \dfrac{l_{BS2}}{l_{BE}}$; $\sin\gamma = \dfrac{l_{ES2}}{l_{BE}}$.

Результаты исследования и их обсуждение

Результаты кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма аналитическим методом с использованием метрических соотношений сведены в таблицу. Исходные данные: угловая скорость $\omega_1 = 215$ с$^{-1}$; длины звеньев: $l_{AB} = 0{,}08$ м; $l_{BC} = 0{,}3$ м; $l_{CD} = l_{S2E} = 0{,}05$ м; координаты точек $l_{BS2} = 0{,}09$ м; угловая координата $\varphi = 30^0$.

Сравнительный анализ кинематических характеристик механизма

Результаты вычислений							
Скорости	V_B 17,2 (17,2)	V_C 10,79 (10,4)	V_{S2} 14,09 (13,8)	V_D 11,4 (11,2)	V_E 11,04 (12,0)	$V_{C(B)}$ 14,94 (15,0)	ω_2 49,8 (50,0)
Ускорения	a_B 3698 (3698)	a_C 3880 (3700)	a_{S2} 3649 (3650)	a_D 4000 (3850)	a_E 3969 (3950)	$a_{C(B)}$ 1917,79 (1900)	ε_2 5892 (5833,3)

Примечание. Размерность линейной скорости м/с; размерность угловой скорости рад/с; размерность линейного ускорения м/с^2; размерность углового ускорения рад/с^2.

Сравнительный анализ кинематических характеристик механизма, полученных методом планов (скорости, ускорения в таблице даны в скобках) [4], показывает, что представленным в работе методом можно вычислять скорости и ускорения с любой заданной точностью.

Заключение

Предложен аналитический метод определения основных кинематических характеристик плоского движения твердого тела с использованием метрических соотношений в планах скоростей и ускорений на примере кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма, облегчающий освоение студентами учебного материала по кинематике плоского движения твердых тел (теоретическая механика), повышающий мотивацию учебной деятельности. Простой алгоритм метода, высокая точность, наглядность позволит студентам решать не только учебные задачи, но и применять его в проектной деятельности.

Список литературы

1. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики: учебное пособие для ВО: в 2 т. 12-е изд., стереотип. СПб.: Лань, 2020. 732 с.

2. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1: Статика и кинематика: учебное пособие. 12-е изд., стереотип. СПб.: Лань, 2013. 672 с. [Электронный ресурс]. URL: http://e.lanbook.com (дата обращения: 22.03.2021).

3. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики: Статика. Кинематика. Динамика: учеб. 16-е изд., стереотип. М.: КНОРУС, 2011. 603 с.

4. Глухов Б.В. Курс теории механизмов и машин: учебное пособие. Новосибирск: Изд-во СГУПСа, 2006. 388 с.

5. Седов С.А. Теория механизмов и машин: учебно-методическое пособие / Авт.-сост. С.А. Седов. Елабуга: Изд-во ЕИ(Ф) К(П)ФУ, 2017. 40 с.