СТАТЬИ

УДК 532.516

О «ЛЕВИТАЦИИ» ЖИДКОСТИ

Сенницкий В.Л.[1,2]

[1]*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск;*
[2]*Новосибирский государственный университет, Новосибирск, e-mail: sennitskii@yandex.ru*

В работе рассмотрена новая задача о течении вязкой жидкости в поле силы тяжести. Жидкость контактирует с двумя вертикальными твердыми стенками. Границы стенок проницаемы для жидкости. На жидкость оказываются периодические по времени воздействия, не имеющие выделенного направления в пространстве. Постановка задачи включает в себя уравнение Навье–Стокса, уравнение неразрывности и условия на твердых границах жидкости (на границах стенок). Установлено наличие ряда новых эффектов необычного, парадоксального поведения жидкости. В частности, обнаружен эффект «левитации» жидкости, состоящий в том, что находящаяся в поле силы тяжести жидкость (в отсутствие какой-либо опоры, на фоне колебаний) неподвижна, находится в состоянии покоя. Представленным в работе характеризуется развитие систематически ведущегося изучения необычной, парадоксальной динамики гидромеханических систем при периодических по времени воздействиях. Выполненные в данном направлении исследования позволили достичь существенного прогресса в понимании особенностей динамики гидромеханических систем, в выявлении новых гидромеханических эффектов. К настоящему времени, в частности, обнаружены эффекты парадоксального поведения твердого включения в вибрирующей жидкости, «самопроизвольного» перехода твердого включения в колеблющейся жидкости в положение с заданной ориентацией в пространстве, преимущественно однонаправленного вращения жидкости со свободной границей; определены содержательные различия в колебаниях жидкости (произведено разделение колебаний жидкости на однородные и неоднородные, введены коэффициенты неоднородности колебаний жидкости); теоретически и экспериментально доказано существование явления преимущественно однонаправленного движения сжимаемых включений в вибрирующей жидкости. Представленное в работе может служить основой для проведения исследований, направленных на экспериментальное обнаружение выявленных теоретически новых гидромеханических эффектов, в частности, эффекта «левитации» жидкости.

Ключевые слова: вязкая жидкость, поле силы тяжести, периодические по времени воздействия не имеющие выделенного направления в пространстве, новые гидромеханические эффекты

ON THE “LEVITATION” OF A LIQUID

Sennitskii V.L.[1,2]

[1]*Lavrentiev Institute of Hydrodynamics SB RAS, Novosibirsk;*
[2]*Novosibursk State University, Novosibirsk, e-mail: sennitskii@yandex.ru*

In the work the new problem is considered on the flow of a viscous liquid in a gravity field. The liquid contacts with two vertical solid walls. The boundaries of the walls are permeable for the liquid. The liquid is exerted by periodical in time influences having no predominant direction in space. The formulation of the problem includes the equation of Navier–Stokes, the equation of a continuity and the conditions at the solid boundaries of the liquid (at the boundaries of the walls). A series of new effects of unusual, paradoxical behavior of the liquid is discovered. In particular the effect of the “levitation” of a liquid is revealed which consists in that a liquid being in a gravity field (in the absence of any support, at a background of oscillations) is fixed, keeps the state of a rest. The presented work characterizes the development of the systematically realizing study of the unusual, paradoxical dynamics of hydro-mechanical systems under periodical in time influences. The investigations fulfilled in this direction permitted to reach an essential progress in the comprehension of peculiarities of the dynamics of hydro-mechanical systems, in the detection of new hydro-mechanical effects. To the present in particular the effects have been revealed of the paradoxical behavior of a solid inclusion in a vibrating liquid, of the “self-realized” transition of a solid inclusion in an oscillating liquid to the position of a prescribed orientation in space, of the predominantly unidirectional rotation of a liquid with a free boundary; the important distinctions have been determined for the oscillations of a liquid (the division of liquid oscillations in uniform and non-uniform oscillations has been done; the coefficients of the non-uniformity of liquid oscillations have been introduced); the existence of the phenomenon of the predominantly unidirectional motion of compressible inclusions in a vibrating liquid has been proved theoretically and experimentally. The presented work can be the base for the implementation of the investigations directed to the experimental detection of the new hydro-mechanical effects revealed theoretically, in particular the effect of the “levitation” of a liquid.

Keywords: viscous liquid, gravity field, periodical in time influences having no predominant direction in space, new hydro-mechanical effects

Среди многочисленных направлений в современной механике жидкости [1-3] присутствует успешно развивающееся актуальное направление, образованное исследованиями необычной, парадоксальной динамики гидромеханических систем [4]. Примером неординарного поведения гидромеханической системы может служить эффект, состоящий в том, что в поле силы тяжести твердое включение в жидкости, плотность которого отлична от плотности жидкости, при периодических по времени (колебательных, вибрационных) воздействиях, в среднем по времени (на фоне колебаний), не всплывает и не тонет – «левитирует», находится в состоянии «левитации» [5, 6]. В настоящей работе выявлены новые гидромеханические эффекты, в частности, обнаружен эффект «левитации» жидкости. Предметом изучения является новая задача о течении вязкой жидкости в поле силы тяжести при периодических по времени воздействиях. Жидкость контактирует с вертикальными твердыми стенками Ξ_1, Ξ_2. Границы стенок проницаемы для жидкости. Стенка Ξ_1 совершает заданные периодические поступательные колебания вдоль осей X, Y, стенка Ξ_2 – вдоль оси Y инерциальной прямоугольной системы координат X, Y, Z. Стенка Ξ_1 ограничена плоскостью X = A, стенка Ξ_2 – плоскостью X = L (L > A – постоянная). Жидкость заполняет область Ω ($A < X < L$, $-\infty < Y < \infty$, $-\infty < Z < \infty$), втекает в область Ω и вытекает из нее через границы стенок.

Целью работы является определение движения жидкости.

Постановка и решение задачи

Пусть t – время; T – период колебаний стенок Ξ_1, Ξ_2; $\tau = t / T$; $x = X / L$; $y = Y / L$; $z = Z / L$; $A = \tilde{A}\sin 2\pi\tau$ ($\tilde{A} > 0$ – постоянная); $a = A / L$; $\varepsilon = \tilde{A} / L$; $\mathbf{e}_x = \{1, 0, 0\}$; $\mathbf{e}_y = \{0, 1, 0\}$; $(dA / dt)\mathbf{e}_x + U_1\mathbf{e}_y$ – скорость стенки (границы стенки) Ξ_1; $u_1 = TU_1 / L = \tilde{u}_1\sin(2\pi\tau + \alpha_1)$ ($\tilde{u}_1 \geq 0$, α_1 – параметры); $U_2\mathbf{e}_y$ – скорость стенки (границы стенки) Ξ_2; $u_2 = TU_2 / L = \tilde{u}_2\sin(2\pi\tau + \alpha_2)$ ($\tilde{u}_2 \geq 0$, α_2 – параметры); $Q\mathbf{e}_x + U_1\mathbf{e}_y$ – скорость жидкости на границе стенки Ξ_1; $Q\mathbf{e}_x + U_2\mathbf{e}_y$ – скорость жидкости на границе стенки Ξ_2; $q = TQ / L = \varepsilon\,\tilde{q}\,\sin(2\pi\tau + \varphi)$ ($\tilde{q} \geq 0$, φ – параметры); $\mathbf{g} = -g\,\mathbf{e}_y$ – ускорение свободного падения ($g > 0$ – постоянная); $\varkappa = gT^2 / \tilde{A}$; ρ, ν, $\mathbf{V}$ – соответственно плотность, кинематический коэффициент вязкости и скорость жидкости; $\mathbf{v} = T\mathbf{V} / L = v_x(x,\tau)\mathbf{e}_x + v_y(x,\tau)\mathbf{e}_y$; P – давление в жидкости; $P = T^2P / (\rho L^2) = p(x,\tau)$; $Re = L^2 / (\nu T)$ – число Рейнольдса.

Постановка задачи включает в себя уравнение Навье–Стокса, уравнение неразрывности и условия, которые должны выполняться на границах стенок Ξ_1, Ξ_2:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \tau} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\,\mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\Delta\mathbf{v} - \varepsilon\varkappa\mathbf{e}_y \text{ в } \Omega; \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \text{ в } \Omega; \quad (2)$$

$$\mathbf{v} = q\mathbf{e}_x + u_1\mathbf{e}_y \text{ при } x = a; \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = q\mathbf{e}_x + u_2\mathbf{e}_y \text{ при } x = 1. \quad (4)$$

Из (2) – (4) следует

$$\mathbf{v}_x = q \text{ для } a \leq x \leq 1. \quad (5)$$

Согласно (1), (3) – (5) имеем

$$P = -2\pi\varepsilon\,\tilde{q}\,[\cos(2\pi\tau + \varphi)]x + p' \text{ в } \Omega; \quad (6)$$

(p' – функция τ)

$$\frac{\partial v_y}{\partial \tau} + q\frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} - \varepsilon\varkappa \text{ в } \Omega; \quad (7)$$

$$v_y = u_1 \text{ при } x = a; \quad (8)$$

$$v_y = u_2 \text{ при } x = 1; \quad (9)$$

Будем рассматривать задачу (7) – (9) при малых по сравнению с единицей значениях ε. Предположим, что

$$v_y \sim v_0 + \varepsilon v_1 \text{ при } \varepsilon \to 0. \quad (10)$$

Используя (7) – (10), в ε^N – приближении (N = 0, 1) получим

$$\frac{\partial v_N}{\partial \tau} + N\tilde{q}\left[\sin(2\pi\tau + \varphi)\right]\frac{\partial v_0}{\partial x} = \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 v_N}{\partial x^2} - N\varkappa \quad \text{в } \Omega; \quad (11)$$

$$v_N = (1 - N)\,u_1 - N(\sin 2\pi\tau)\frac{\partial v_0}{\partial x} \text{ при } x = 0; \quad (12)$$

$$v_N = (1 - N)u_2 \text{ при } x = 1, \quad (13)$$

где $\overline{\Omega}$ – область $0 < x < 1$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$.

Пусть N = 0. Задача (11) – (13) имеет решение

$$v_0 = \mathrm{Imag}\left[\frac{\tilde{u}_1 e^{i\alpha_1}\,\mathrm{sh}\lambda(1 - x) + \tilde{u}_2 e^{i\alpha_2}\mathrm{sh}\lambda x}{\mathrm{sh}\lambda}e^{2\pi i\tau}\right] \text{ для } 0 \leq x \leq 1. \quad (14)$$

Здесь $\lambda = (1 + i)\sqrt{\pi Re}$.

Пусть N = 1. Из (11) – (13) следует

$$\tilde{q}\langle[\sin(2\pi\tau+\varphi)]\frac{\partial v_0}{\partial x}\rangle = \frac{1}{Re}\frac{d^2\bar{v}}{dx^2} - \varkappa \text{ в } \Omega; \tag{15}$$

$$\bar{v} = -\langle(\sin 2\pi\tau)\frac{\partial v_0}{\partial x}\rangle \text{ при } x = 0; \tag{16}$$

$$\bar{v} = 0 \text{ при } x = 1, \tag{17}$$

где $\langle\ldots\rangle = \int_{\tau}^{\tau+1} \ldots\, d\tau'$; $\bar{v} = v_1$.

Задача (11) – (13) имеет решение

$$v_1 = \bar{v} + \mathrm{Real}\left(\tilde{v}e^{4\pi i\tau}\right) \tag{18}$$

($\tilde{v}$– функция x).

Используя (14) – (17), найдем

$$\bar{v} = -\frac{1}{2}\varkappa\, Re\, x(1-x) +$$

$$+\frac{1}{2}\mathrm{Real}\left\{\frac{\lambda}{sh\lambda}\left[\tilde{u}_1 e^{i\alpha_1}\, ch\lambda - \tilde{u}_2\, e^{i\alpha_2}\right]\right\}(1-x)+$$

$$+\frac{1}{2}\mathrm{Real}\{\frac{Re\,\tilde{q}\,e^{-i\varphi}}{\lambda\, sh\lambda}[\tilde{u}_1 e^{i\alpha_1}\left((ch\lambda)(1-x) + x - (ch\lambda(1-x))\right) -$$

$$-\tilde{u}_2\, e^{i\alpha_2}\left((ch\lambda)x + 1 - x - (ch\lambda x)\right)]\} \text{ для } 0 \le x \le 1 \tag{19}$$

Формулами

$$v_y = v_0 + \varepsilon v_1 \tag{20}$$

и (5), (6), (14), (18), (19) определяется приближенное решение задачи (1) – (4). Это решение свидетельствует о наличии ряда необычных, качественно различных (происходящих на фоне колебаний) стационарных течений жидкости. В частности, согласно (19) при $\tilde{q} = 0$, $\tilde{u} = 0$;

$$\mathrm{Real}(\Psi e^{i\alpha_1}) > 0; \tag{21}$$

$$\tilde{u}_1 > \frac{\varkappa\, Re}{\mathrm{Real}\,(\Psi e^{i\alpha_1})}$$

($\Psi = \lambda$ cth λ) для $0 \le x < 1$ имеем

$$\bar{v} > 0. \tag{22}$$

Соотношение (22) означает, что жидкость ведет себя парадоксально – на фоне колебаний совершает стационарное движение в направлении, противоположном направлению ускорения свободного падения (то есть «снизу вверх»).

Отметим, что условие (21) для любого значения Re > 0 выполняется, например, при $\alpha_1 = \pi / 4 - \arg\Psi$.

Обратимся к вопросу о среднем по времени течении жидкости при малых по сравнению с единицей значениях Re.

Пусть

$$\tilde{u}_1 \cos\alpha_1 - \tilde{u}_2 \cos\alpha_2 \neq 0. \tag{23}$$

Используя (5), (14), (18) – (20), (23), получим

$$\langle\mathbf{v}\rangle \sim \frac{1}{2}\varepsilon\left(\tilde{u}_1\cos\alpha_1 - \tilde{u}_2\cos\alpha_2\right)(1-x)\mathbf{e}_y$$

$$\text{при } Re \to 0. \tag{24}$$

Согласно (24) (на фоне колебаний) жидкость в области Ω

при $\tilde{u}_1 \cos\alpha_1 - \tilde{u}_2 \cos\alpha_2 < 0$ движется «сверху вниз»,

при $\tilde{u}_1 \cos\alpha_1 - \tilde{u}_2 \cos\alpha_2 > 0$ движется «снизу вверх».

Пусть

$$\tilde{u}_1 \cos\alpha_1 - \tilde{u}_2 \cos\alpha_2 = 0. \tag{25}$$

Используя (5), (14), (18) – (20), (25), получим

$$\langle\mathbf{v}\rangle \sim \frac{1}{2}\varepsilon\left(A + B\,x\right)(1-x)\, Re\, \mathbf{e}_y$$

$$\text{при } Re \to 0. \tag{26}$$

Здесь

$$A = -\frac{\pi}{3}\left(2\tilde{u}_1 \sin\alpha_1 + \tilde{u}_2 \sin\alpha_2\right);$$

$$B = \frac{\tilde{q}}{2}\left[\tilde{u}_1\cos\left(\alpha_1-\varphi\right)-\tilde{u}_2\cos\left(\alpha_2-\varphi\right)\right]-\varkappa.$$

Согласно (26) (на фоне колебаний) имеет место следующее. При $A \le 0$, $B < 0$ и $A < 0$, $B \le 0$ жидкость в области $\overline{\Omega}$ движется «сверху вниз»; при $A \ge 0$, $B > 0$ и $A > 0$, $B \ge 0$ жидкость в области $\overline{\Omega}$ движется «снизу вверх»; при $A > 0$, $B < 0$ и $-A / B < 1$ жидкость, занимающая слой $0 < x < A / B$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$ движется «снизу вверх», а жидкость, занимающая слой $-A / B < x < 1$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$ – «сверху вниз»; при $A > 0$, $B < 0$ и $-A / B \ge 1$ жидкость в области $\overline{\Omega}$ движется «снизу вверх»; при $A < 0$, $B > 0$ и $-A / B < 1$ жидкость, занимающая слой $0 < x < -A / B$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$, движется «сверху вниз», а жидкость, занимающая слой $-A / B < x < 1$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$ – «снизу вверх»; при $A \le 0$, $B > 0$ и $-A / B \ge 1$ жидкость в области $\overline{\Omega}$ движется «сверху вниз»; при

$$A = 0,\ B = 0 \qquad (27)$$

жидкость в области $\overline{\Omega}$ пребывает в состоянии «левитации» – находясь в поле силы тяжести, (на фоне колебаний) покоится. Отметим, что условия (25), (27) для любого значения $\varkappa > 0$ выполняются, например, при

$$\tilde{q} = 2\pi,\ \varphi = \pi / 2,\ \tilde{u}_1 = \varkappa / (3\pi),$$
$$\tilde{u}_2 = 2\varkappa / (3\pi),\ \alpha_1 = \pi / 2,\ \alpha_2 = 3\pi / 2.$$

Заключение

Изучение представленной в настоящей работе новой задачи о течении вязкой жидкости в поле силы тяжести позволило выявить ряд новых эффектов необычного, парадоксального поведения жидкости. Данные эффекты имеют место при периодических по времени воздействиях, характеризующихся отсутствием выделенного направления в пространстве. Среди выявленных эффектов заслуживает быть отмеченным весьма «тонкий» эффект «левитации» жидкости, состоящий в том, что находящаяся в поле силы тяжести жидкость (без какой-либо опоры, на фоне колебаний) покоится, «левитирует».

Изложенное в настоящей работе может служить основой для проведения исследований, направленных на экспериментальное обнаружение выявленных теоретически новых гидромеханических эффектов, в частности, эффекта «левитации» жидкости.

Список литературы

1. Валуева Е.П., Пурдин М.С. Пульсирующее ламинарное течение в прямоугольном канале // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 6. С. 761-773.

2. Норкин М.В. Образование каверны при наклонном отрывном ударе кругового цилиндра под свободной поверхностью тяжелой жидкости // Сибирский журнал индустриальной математики. 2016. Т. 19, № 4. С. 81-92.

3. Георгиевский Д.В., Тлюстангелов Г.С. Оценки развития малых возмущений при радиальном растекании (стоке) вязкого кольца // Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т. 58, № 4. С. 46 – 55.

4. Международная конференция «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» (Россия, Новосибирск, 7–11 сентября 2020). Тезисы докладов. Новосибирск: Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, 2020. 262 с.

5. Сенницкий В.Л. О движении кругового цилиндра в вибрирующей жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 1985. № 5. С. 19-23.

6. Луговцов Б.А., Сенницкий В.Л. О движении тела в вибрирующей жидкости // Доклады АН СССР. 1986. Т. 289, № 2. С. 314-317.