

СТАТЬИ

УДК 004.43

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
НА ЯЗЫКЕ PYTHON**

Барганалиева Ж.К., Султанбаева Г.С., Асанбекова Н.О.

Кыргызский государственный университет им. И. Арабаева, Бишкек,

e-mail: barganalieva@mail.ru, gul_878787@mail.ru

Существует два способа решения задач оптимизации (ЗО). Задачи линейного программирования (ЗЛП), во-первых, могут быть решены аналитически, используя определенный метод решения общей постановки задачи. Однако для решения ЗЛП аналитическим способом, а именно методом множителей Лагранжа, когда целевая функция (ЦФ) и ограничения дифференцируются, создается множество сложностей для вычисления. В данном случае даже для минимального числа переменных и ограничений, решение ЗЛП приводит к нахождению частных производных функции Лагранжа с дальнейшим решением системы уравнений с множеством неизвестных. Отсюда вытекает сложность применения аналитического способа решения ЗЛП. Второй подход для решения ЗЛП позволяет использовать алгоритмические методы решения, применимые для решения ЗО в постановке общего вида. Эти подходы решения ЗЛП базируются на идее градиентного поиска для ЗО с ограничивающими условиями. Тем не менее на практике широко распространены алгоритмические методы решения ЗЛП, с учетом специфики ЦФ и множества допустимых решений. Из всех методов наиболее распространены считается симплекс-метод для решения ЗЛП и метод потенциалов для решения транспортной задачи (ТЗ). Для решения поставленной задачи применяем модуль оптимизации SciPy – для Python. Результаты вычислений рассматриваемой задачи оцениваем, сравнивая разные методы вычислений: аналитическое и алгоритмическое решения. В нынешнее время в Кыргызской Республике рынок по производству натуральных безалкогольных напитков (НБН) очень насыщен и разнообразен. Рынок Кыргызстана предоставляет множество ассортиментов напитков своих национальных, а также напитков из дальнего и ближнего зарубежья. С улучшением качества продукции по выпуску НБН, по экономической теории, повышается спрос на этот продукт. Соответственно, рождаются новые конкуренты на рынке по производству данного продукта.

Ключевые слова: производство, натуральные безалкогольные напитки, линейное программирование, задачи, оптимизация, способы решения, программа, транспортная проблема

MODELING OF LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS IN PYTHON

Barganalieva Zh.K., Sultanbaeva G.S., Asanbekova N.O.

Arabaev Kyrgyz State University, Bishkek, e-mail: barganalieva@mail.ru, gul_878787@mail.ru

There are two ways to solve optimization problems (OS). Linear programming problems (LPPs), firstly, can be solved analytically using a certain method for solving the general problem statement. However, to solve the LLP in an analytical way, namely by the method of Lagrange multipliers, when the objective function (TF) and constraints are differentiated, many difficulties are created for the calculation. In this case, even for the minimum number of variables and constraints, solving the LLP leads to finding the partial derivatives of the Lagrange function with further solving a system of equations with many unknowns. This implies the complexity of applying the analytical method for solving the LLP. The second approach for solving the LPP allows using algorithmic solution methods applicable for solving the SO in a general setting. These approaches for solving the LLP are based on the idea of gradient search for a constrained SR. Nevertheless, in practice, algorithmic methods for solving the LLP are widely used, taking into account the specifics of the digital filter and the set of feasible solutions. Of all the methods, the simplex method for solving the LPP and the method of potentials for solving the transport problem (TP) are considered the most common. To solve the problem, we use the SciPy optimization module – for Python. The calculation results of the problem under consideration are evaluated by comparing different calculation methods: analytical and algorithmic solutions. At the present time in the Kyrgyz Republic, the market for the production of natural non-alcoholic beverages (NBN) is very rich and diverse. The market of Kyrgyzstan provides many assortments of national drinks, as well as drinks from near and far abroad. With the improvement in the quality of products for the production of MFN, according to economic theory, the demand for this product increases. Accordingly, new competitors are born in the market for the production of this product.

Keywords: production, natural soft drinks, linear programming problem, optimization, solution methods, program, transport problem

Существует два способа решения задач оптимизации (ЗО). Задачи линейного программирования (ЗЛП), во-первых, могут быть решены аналитически, используя определенный метод решения общей постановки задачи.

Однако для решения ЗЛП аналитическим способом, а именно методом множителей Лагранжа, когда целевая

функция (ЦФ) и ограничения дифференцируются, создается множество сложностей для вычисления.

В данном случае, даже для минимального числа переменных и ограничений, решение ЗЛП приводит к нахождению частных производных функции Лагранжа с дальнейшим решением системы уравнений с множеством неизвестных. Отсюда выте-

кает сложность применения аналитического способа решения ЗЛП.

Второй подход для решения ЗЛП позволяет использовать алгоритмические методы решения, применимые для решения ЗО в постановке общего вида. Эти подходы решения ЗЛП базируются на идее градиентного поиска для ЗО с ограничивающими условиями. Тем не менее на практике широко распространены алгоритмические методы решения ЗЛП, с учетом специфики ЦФ и множества допустимых решений. Из всех методов наиболее распространенным считается симплекс-метод для решения ЗЛП и метод потенциалов для решения транспортной задачи (ТЗ).

Для решения поставленной задачи применяем модуль оптимизации SciPy – для Python. Результаты вычислений рассматриваемой задачи оцениваем, сравнивая разные методы вычислений: аналитическое и алгоритмическое решения.

Материалы и методы исследования

В нынешнее время в Кыргызской Республике рынок по производству натуральных безалкогольных напитков (НБН) очень насыщен и разнообразен. Рынок Кыргызстана предоставляет множество ассортиментов напитков своих национальных, а также напитков из дальнего и ближнего зарубежья.

С улучшением качества продукции по выпуску НБН, по экономической теории, повышается спрос на этот продукт. Соответственно, рождаются новые конкуренты на рынке по производству данного продукта. НБН можно классифицировать следующим образом:

- НБН с молочным составом (Чалап, Тан);
- НБН с зерновым составом (Шоро Максым);
- НБН минерально-лечебные воды (Легенда, Жалал-Абад, Ысык-Ата и др.) [1].

Рассмотрим задачу упрощенного типа перевозки. У нас есть множество клиентов натуральных безалкогольных напитков

(НБН) $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ и множество предприятий по производству НБН $J = \{1, 2, 3\}$. У каждого покупателя есть фиксированная потребность в натуральных безалкогольных напитках p_i , и у каждого предприятия есть фиксированная производственная мощность M_j . Также существуют фиксированные транспортные расходы на доставку одной единицы товара с производства j покупателю i .

Математически эту задачу оптимизации можно описать следующим образом:

Найти минимум

$$L(x) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

при условиях

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = p_i, i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq M_j, j \in J \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, i \in I, j \in J. \quad (4)$$

Теперь, условия задачи (1)–(4) можно записать в виде следующей таблицы.

Решив задачу способом [2, 3], определим оптимальный план.

Наша задача – доставить каждому покупателю необходимое количество НБН (удовлетворить покупательский спрос и производственные мощности фабрик) с минимальными общими транспортными расходами. Чтобы сформулировать эту ситуацию как задачу оптимизации, мы должны разделить ее на три основных компонента:

– *Переменные решения* – количества товаров, которые должны быть отправлены с производства j покупателю i (положительные действительные числа).

– *Ограничения* – общее количество товаров НБН должно удовлетворять как потребительский спрос, так и производственные мощности фабрики (равенства / неравенства, которые имеют линейное выражение в левой части).

– *ЦФ* – найти такие значения переменных решения, при которых общая стоимость перевозки будет наименьшей (в данном случае линейное выражение).

Условия задачи (1)–(4)

Транспортные расходы c_{ij}	Покупатель i					Производственная мощность M_j	
	1	2	3	4	5		
НБН j	1	4	5	6	8	10	500
	2	6	4	3	5	8	500
	3	9	7	4	2	4	500
спрос p_i	80	270	250	160	180		

С точки зрения оптимизации эта конкретная ситуация представляет собой проблему *смешанного целочисленного линейного программирования*, поскольку переменные решения не ограничиваются целыми числами (целочисленное програм-

мирование), а в соответствии с бизнес-логикой все ограничения и ЦФ являются линейными. Наличие только одной бизнес-цели делает ее одноцелевой оптимизационной задачей (также возможна многокритериальная оптимизация) [4].

Приступим к реализации решения на Python [5].

```
import sys
import numpy as np
p = {1:80, 2:270, 3:250, 4:160, 5:180} # Спрос потребителя
M = {1:500, 2:500, 3:500} # Производственная мощность
I = [1,2,3,4,5] # Покупатели
J = [1,2,3] # Производители
st_per = {(1,1):4, (1,2):6, (1,3):9,
          (2,1):5, (2,2):4, (2,3):7,
          (3,1):6, (3,2):3, (3,3):3,
          (4,1):8, (4,2):5, (4,3):3,
          (5,1):10, (5,2):8, (5,3):4
          } # стоимость перевозки
st_per2p = np.empty([len(I), len(J)])
for i in range(len(I)):
    for j in range(len(J)):
        st_per2p[i,j] = st_per[i+1,j+1]
x0 = np.ones(len(st_per))*100
bounds = list((0,max(p.values())) for _ in range(st_per2p.size))
def ob(x):
    ob_func = sum(x[idx]*st_per2p[idx//len(J), idx%len(J)] for idx in range(st_per2p.size))
    return ob_func
# Ограничения: сумма товаров == покупательский спрос
def st_per1():
    tmp = []
    for idx in range(0, st_per2p.size, len(J)):
        tmp_constr = {
            'type': 'eq',
            'fun': lambda x, idx: p[idx//len(J) + 1] - np.sum(x[idx: idx + len(J)]),
            'args': (idx,)
        }
        tmp.append(tmp_constr)
    return tmp
# Ограничения: сумма товаров <= производственная мощность
def st_per2():
    tmp = []
    for idx in range(0, st_per2p.size, len(I)):
        tmp_constr = {
            'type': 'ineq',
            'fun': lambda x, idx=idx: M[idx//len(I) + 1] - np.sum(x[idx: idx + len(I)])
        }
        tmp.append(tmp_constr)
    return tmp
list_of_lists = [st_per1(), st_per2()]
constraints = [item for sublist in list_of_lists for item in sublist]
from scipy.optimize import minimize
solution = minimize(fun = ob,
                   x0 = x0,
                   bounds = bounds,
                   method = 'SLSQP',
                   constraints = constraints,
                   tol = None,
```

```

        callback = None,
        options = {'full_output': False, 'disp': False, 'xtol': 1e-8}
    )
    if (solution.success) and (solution.status == 0):
        print("Оптимальное решение найдено")
        print("Значение целевой функции = ", solution.fun)
    elif solution.status != 0:
        print("Ошибка при нахождении решения. EXIT CODE", solution.status)
    else:
        # при возникновении ошибки
        print(solution.message)
    if solution.success:
        EPS = 1.e-6
        for i, _ in enumerate(solution.x):
            if solution.x[i] > EPS:
                print("отправка количества %5s с производства %2s заказчику %3s" %
                      (round(solution.x[i]), i%len(J) + 1, i//len(J) + 1))

```

Результаты исследования и их обсуждение

При запуске программы получаем следующий ответ:

Оптимальное решение найдено

Значение целевой функции = 3350.0000000194086

отправка количества 80 с производства 1 заказчику 1

отправка количества 270 с производства 2 заказчику 2

отправка количества 125 с производства 2 заказчику 3

отправка количества 125 с производства 3 заказчику 3

отправка количества 160 с производства 3 заказчику 4

отправка количества 180 с производства 3 заказчику 5

Заключение

Итак, из оптимального решения следует вывод: при заданных условиях задачи (2)–(4) мы нашли значение целевой функции $L(x) = 3350$.

Список литературы

1. Жусупбаев А., Барганалиева Ж.К. Анализ состояния и перспектива развития рынка натуральных безалкогольных напитков Кыргызской республики // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2019. № 5. С. 63-65.

2. Эшенкулов П., Жусупбаев А., Култаев Т.Ч. Методика решения задач линейного программирования на компьютере. Ош, 2004. 61 с.

3. Жусупбаева Г.А., Жусупбаева Н.А. Задача оптимального прикрепления перерабатывающих предприятий за источником минеральных вод // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2016. № 5. С. 83-85.

4. Жусупбаев А., Асанкулова М., Чороев К. Математическая модель и методы соотношений экспорта и импорта продукции // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. 2016. № 5. С. 80-82.

5. Прохоренок Н.А., Дронов В.А. Python 3. Самое необходимое. СПб., 2016. 223 с.