

УДК 519.2:614.2

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОЦЕНКИ ЗДОРОВЬЯ НАСЕЛЕНИЯ

¹Мустафаев Ж.С. ORCID ID 0000-0003-2425-8148,

²Мустафаева М.Б. ORCID ID 0009-0009-4982-8099

¹Акционерное общество «Институт географии и водной безопасности»,

Алматы, Казахстан, e-mail: z-mustafa@rambler.ru;

²Некоммерческое акционерное общество "Южно-Казахстанский государственный университет имени М. Ауезова", Шымкент, Казахстан

Существующие методы оценки интегрального показателя здоровья населения разработаны на основе суммирования средневзвешенных арифметических групповых показателей здоровья населения. Сравнительный анализ методов оценки интегрального показателя здоровья населения показал, что их достоинством является использование методов математической статистики и теории вероятности для оценки и прогнозирования ситуации в области здравоохранения, а их недостатком – использование частных точек зрения для определения весовых коэффициентов. Цель исследования – разработка математической модели интегрального показателя для оценки состояния здоровья населения с целью оперативной оценки ситуации и принятия управленческих решений. При исследовании были использованы методы математического моделирования, базирующиеся на методе обобщенных или интегральных оценок показателей. На основе методологического подхода по созданию базы исследования и теории регрессивно-корреляционного анализа разработан интегральный показатель состояния здоровья населения. Математическая модель здоровья населения основана на амплитуде размаха статистических показателей, методе анализа ситуации, теории событий и средних величин, оценке и прогнозировании медико-демографического состояния во времени, на основе оценок тенденции изменения с использованием линейных трендов с применением программы Microsoft Excel. Разработанная математическая модель для оценки здоровья населения, базирующаяся на теории средних величин и современных методах обработки данных, основанных на системном подходе, позволяет получить большой объем информации для улучшения здоровья населения.

Ключевые слова: математическое моделирование, интегральный показатель, весовой коэффициент, здоровье населения, коэффициент регрессии, частный параметр

MATHEMATICAL MODELING OF INTEGRAL INDICATORS FOR ASSESSING POPULATION HEALTH

¹Mustafaev Zh.S. ORCID ID 0000-0003-2425-8148,

²Mustafaeva M.B. ORCID ID 0009-0009-4982-8099

¹Joint-stock company «Institute of Geography and Water Security»,

Almaty, Kazakhstan, e-mail: z-mustafa@rambler.ru;

²Non-profit joint-stock company "South Kazakhstan State University named after M. Auezov", Shymkent, Kazakhstan

Existing methods for assessing the integral indicator of population health are based on the summation of weighted arithmetic averages of group health indicators. A comparative analysis of methods for assessing the integral indicator of population health showed that their advantage is the use of methods of mathematical statistics and probability theory for assessing and forecasting the situation in the field of health care, and their disadvantage is the determination of weighting coefficients for the use of private points of view. The purpose of the study is to develop a comprehensive integral indicator for assessing the health status of the population for the purpose of quickly assessing the situation and making management decisions. The study utilized mathematical modeling methods based on generalized or integrated indicator assessments. An integrated indicator of population health was developed using a methodological approach to create a research base and the theory of regression-correlation analysis. The mathematical model of population health is based on the amplitude of the range of statistical indicators, the method of situation analysis, the theory of events and average values, the assessment and forecasting of the medical and demographic state over time, based on assessments of change trends using linear trends using the Microsoft Excel program. The developed mathematical model for assessing population health, based on the theory of averages and modern data processing methods based on a systems approach, enables the collection of a large volume of information for improving population health.

Keywords: mathematical modeling, integral indicator, weighting coefficient, population health, regression coefficient, partial parameter

Введение

В настоящее время водосборная территория речных бассейнов, являющаяся пространственным базисом народонаселения и природопользования и выполняющая важные социальную, экологическую и экономическую функции, в связи с нарушением естественных геологических, био-

логических и гидрохимических процессов в результате антропогенной деятельности, перешла в активную стадию «сукцессии», которая привела к последовательным и необратимым изменениям в среде обитания человека в пространственных и временных аспектах и которая требует нормирования. В условиях «жесткой» антропогенной де-

ятельности на водосборных территориях речных бассейнов, как объектах комплексного обустройства, обеспечивающих безопасность жизнедеятельности человека, возникает необходимость разработки моделей интегральной оценки здоровья населения, позволяющих дать этому качественному явлению качественную оценку. Актуальность таких научных исследований связана со стохастическим характером возникновения и распространения заболеваний населения, требующих построения интегрального показателя, обеспечивающего единую оценку здоровья населения [1–3], на основе различных статистических методов с использованием медико-демографических показателей, позволяющих оценить темп и направленность изменения не только отдельных видов заболеваемости населения, но и спрогнозировать их временные аспекты, для разработки мероприятий по обеспечению улучшения здоровья населения.

Цель исследования – разработка математической модели интегрального показателя для оценки состояния здоровья населения с целью оперативной оценки ситуации и принятия управленческих решений.

Задача исследования – научное обоснование методологии построения математических моделей с использованием методов математической статистики, теории вероятности и агрегирования частных показателей для решения многопараметрических задач, обусловленных по выбору вида заболеваемости населения, разработка интегрального индекса здоровья населения, позволяющего их спрогнозировать во временных аспектах.

Материалы и методы исследования

Методы исследования поставленных задач основаны на материалистической теории научного познания, основанной на методах математической статистики, теории вероятности и средних значений.

Существует большое количество научных работ для оценки состояния здоровья населения с использованием интегральных индикаторов, базирующихся на построении многопараметрических моделей, среди которых следует выделить работы В.А. Медик и М.С. Толмачева [4], А.Г. Кулак [5], В.В. Мещечкина и Н.И. Богатыревой [6], базирующихся на теории математической статистики и теории вероятности.

В работе Б.Ф. Кирьянова [7], где для расчета интегрального показателя состояния общественного здоровья используются многопараметрические модели интегрального показателя (IP), одновременно учи-

тывающий весовой коэффициент по видам заболеваемости:

$$IP_i = \sum_{i=1}^n WC_i \cdot SI_i, \quad (1)$$

где WC_i – весовые коэффициенты; SI_i – i -ый показатель системы или i -ая переменная параметров, характеризующих состояние системы; n количество переменных показателей.

Для сравнительного анализа и оценки здоровья населения удобно использовать нормированный интегральный показатель $\overline{IP}_i \in [0;1]$ и все показатели здоровья населения $\overline{SI}_i \in [0;1]$, которые представляются в относительных величинах, то есть в виде безразмерных величин.

Одним из фундаментальных направлений в области оценки здоровья населения является направление, развиваемое в работах А.Г. Кулака, где индекс здоровья населения [8] сформирован на основе методики Index-Numbers [9], базирующейся на «теории средних величин» известного английского статистика А. Боули [10]. Предложенная математическая модель здоровья населения А.Г. Кулака базируется на IndexNumbers и показателях, предлагаемых Всемирной организацией здравоохранения (ВОЗ) с использованием статистической информации организации здравоохранения, где в подготовительном этапе рассчитываются стандартизированные значения этих показателей для приведения исходных данных до сопоставимого вида по следующему выражению [8, с. 71]:

$$SV_{ij} = IVV_{ij} / MVV_{max}, \quad (2)$$

где SV_{ij} – стандартизированное значение j -го показателя в i -м интервале времени ($j = 1, m$, $i = 1, n$); IVV_{ij} – исходные значения переменных; MVV_{max} – максимальное значение j -го показателя за весь исследуемый период.

Проведенный анализ существующих подходов к математическому моделированию интегрального показателя здоровья населения показал, что в целом они разработаны на основе данных статистики показателей заболеваемости и инвалидности, физического развития населения, обеспеченности здравоохранения и образованности населения и факторов окружающей среды.

Результаты исследования и их обсуждение

Алгоритм построения интегральных показателей здоровья населения, основанных на статистических показателях здравоохран-

нения, системе линейных алгебраических уравнений, базирующихся на теории регрессивно-корреляционного анализа, который состоит из пяти последовательных этапов, где в зависимости от решаемых задач, применяются различные методы исследования.

Первый этап. Обоснование системы важнейших медико-статистических показателей, влияющих на здоровье человека, установления источников информации для ее сбора, оценивается достоверность и надежность исходных статистических данных, для создания базы исследования.

Второй этап. На основе многолетних важнейших медико-статистических показателей, для выявления тенденции их изменения, с использованием корреляционно-регрессионного анализа, анализа временных рядов, статистических графиков и таблиц, определяются следующие статистические показатели:

– виды линейных уравнений трендов показателя заболеваемости населения:

$$\begin{aligned} PH_i &= \alpha \cdot SNY_i + b; \\ PH_i &= -\alpha \cdot SNY_i + b; \\ PH_i &= \alpha \cdot SNY_i - b, \end{aligned} \quad (3)$$

где PH_i – годовые показатели заболеваемости населения на 100 тыс. человек; α – коэффициент регрессии; b – показатель, характеризующий увеличение следующего значения временного ряда; SNY_i – номер периода или порядковый номер года;

– среднеарифметическое значение годовых показателей заболеваемости населения ($AAPH_i$), определяется как число, равное всем числам множества, деленное на их количество:

$$AAPH_i = \left(1/n_i\right) \sum_{i=1}^n PH_i, \quad (4)$$

где n_i – количество лет за периоды;

– модульный коэффициент годовых показателей заболеваемости населения ($MC-PH_i$), безразмерная характеристика, отношение какой-либо варьирующейся (изменяющейся) во времени величины к его среднеарифметическому значению:

$$MC-PH_i = PH_i / AAPH_i. \quad (5)$$

Третий этап. Для количественного представления значимости медико-статистического показателя обычно используются весовые коэффициенты интегрального показателя здоровья населения, базирующиеся на математической теории важности критерии, составляющей одно из направлений теории принятия решения, выбор ко-

торых обеспечивается на основе их парного сравнения в условиях полной определенности [11; 12]. Основой для расчета весовых коэффициентов каждого медико-статистического показателя является амплитуда/размах статистических показателей ($RSIPH_i$), характеризующих разность максимальных и минимальных значений признаков в совокупности здоровья населения:

$$RSIPH_i = PH_{maxi} - PH_{mini},$$

где $RSIPH_i$ – амплитуда размах статистических показателей здоровья населения; PH_{maxi} , PH_{mini} – соответственно максимальное и минимальное значения i -го показателя, характеризующего здоровье населения.

Для обобщения характеристики различия медико-статистического показателя здоровья населения с помощью абсолютных показателей, выраженных в единицах, не всегда возможно и в этих случаях для сравнительной оценки степени различия используются относительные показатели размаха статистических показателей здоровья населения, выраженные в относительных единицах в виде коэффициента относительного разброса показателей здоровья населения ($RSCPH_i$) по следующей формуле:

$$RSCPH_i = (PH_{maxi} - PH_{mini}) / PH_{maxi}. \quad (6)$$

На основе коэффициента относительного разброса статистических показателей можно определить весовой коэффициент линейных моделей интегрального показателя здоровья населения по следующему выражению:

$$WCPYI_i = RSCPH_i / \sum_{i=1}^n RSIPH_i, \quad (7)$$

где $WCPYI_i$ – весовой коэффициент показателей здоровья населения; n_i – число показателей здоровья населения.

Значения весовых коэффициентов показателей здоровья населения определяются таким образом, чтобы их алгебраическая сумма равнялась единице, то есть

$$\sum_{i=1}^n WCPYI_i = 1,0 [13; 14].$$

Четвертый этап. В качестве метода исследования для математического моделирования интегрального показателя здоровья населения используется метод обобщенных или интегральных оценок показателей, характеризуемых неоднородными количественными и весовыми параметрами, базирующихся на теории событий и анализа ситуации, где согласно В.Е. Минакеру [15],

в качестве интегральной оценки принимается арифметическая сумма оценок частных параметров здоровья населения:

$$IAPH_i = \sum_{i=1}^n PPPH_i = PPPH_1 + PPPH_2 + PPPH_3 + \dots + PPPH_i, \quad (8)$$

где $IAPH_i$ – интегральная оценка частных параметров здоровья населения; $PPPH_i$ – оценка i -го параметра здоровья населения.

Медико-статистические показатели имеют неодинаковую важность для здоровья населения, и для решения этих особенностей частных параметров здоровья населения возникает необходимость во введении коэффициентов весомости параметров, тогда формула для интегральной оценки частных параметров здоровья населения принимает следующий вид:

$$IAPH_i = \sum_{i=1}^n (PPPH_i) \cdot WCPYI_i = WCPYI_1 \cdot PPPH_1 + WCPYI_2 \cdot PPPH_2 + \\ + WCPYI_3 \cdot PPPH_3 + \dots + WCPYI_i \cdot PPPH_i, \quad (9)$$

где $WCPYI_i$ – весовой коэффициент i -го параметра здоровья населения.

Изложенные выше результаты сопоставительного анализа существующих методов построения интегральной оценки частных параметров здоровья населения показали возможность использования для оценки здоровья населения интегрального показателя (IPH_i), который определяется на основе суммирования средневзвешенных арифметических показателей частных параметров здоровья населения:

$$IPH_i = \sum_{i=1}^n RSIPH_i \cdot WCPYI_i, \quad (10)$$

где $WCPYI_i$ – весовой коэффициент показателей здоровья населения; n_i – количество показателей здоровья населения.

Пятый этап. При количественной и качественной оценке интегрального показателя здоровья населения (IPH_i), в связи с существованием на практике разнонаправленных тенденций изменения во времени, необходимо выявить причинно-следственные связи основных факторов, влияющих на показатели здоровья населения (PH_i). Для оценки причинно-следственных связей основных факторов можно использовать их амплитуды колебания (ΔIPH_i) в рассматриваемых промежутках времени (PT):

$$\Delta IPH_i = IPH_i^{\max} - IPH_i^{\min}, \quad (11)$$

где IPH_i^{\max} – максимальное значение IPH_i в рассматриваемом промежутке времени; IPH_i^{\min} – минимальное значение IPH_i в рассматриваемом промежутке времени.

При этом изменение интегрального показателя здоровья населения (IPH_i) в соответствии с разбросом статистических показателей от IPH_i^{\min} до IPH_i^{\max} , будет изме-

няться пропорционально вкладам весового коэффициента ($WCPYI_i$) показателей здоровья населения (PH_i).

Таким образом, предложенный подход для оценки интегрального показателя здоровья населения, базирующийся на теории регрессивно-корреляционного анализа, амплитуды размаха статистических показателей, метода анализа ситуации, теории событий и интегрального показателя, как обобщающей характеристики здоровья населения, может быть использован для решения проблем здравоохранения при наличии соответствующих статистических материалов.

Заключение

В результате проведенного исследования выполнена систематизация и структурный анализ существующих методов оценки здоровья населения, с позиции использования их для решения комплексной задачи здравоохранения, на основе всех частных параметров здоровья, представленных в соответствующих статистических сборниках.

Временные ряды здоровья населения, полученные на основе государственных статистических данных, как случайные величины, зависящие от времени и начальных условий, требуют определить среднеарифметическое значение годовых показателей заболеваемости населения, виды линейных уравнений трендов показателя заболеваемости населения и модульный коэффициент годовых показателей заболеваемости населения с использованием метода тенденций.

При этом динамике заболеваемости во времени свойственна не только стохастическая составляющая, но также и детерми-

нированная составляющая в виде тренда, с разнонаправленными (положительными и отрицательными) трендами и их функциональные зависимости в виде корреляционно-линейных уравнений с двумя переменными, служащие научной основой для прогнозирования медико-демографического состояния региона.

Использование метода обобщенных или интегральных оценок показателей, характеризуемых неоднородными количественными и весовыми параметрами, основанных на теории событий и анализе ситуаций с использованием математического моделирования интегрального показателя здоровья населения, позволяет учесть все виды заболеваемости, представленные в государственных статистических сборниках, и преобразовать их в единый показатель, удобный для прогнозирования их тенденций в пространственных и временных аспектах.

Рассмотренные в работе подходы по созданию базы исследования и методологические подходы, направленные на разработку алгоритма расчета интегрального показателя с применением теории регрессивно-корреляционного анализа, амплитуды размаха статистических показателей, метода анализа ситуации, теории событий и средних величин, позволяющие оценить и спрогнозировать медико-демографическое состояние во времени, на основе оценки тенденции изменения с использованием линейных трендов.

Список литературы

1. Кирьянов Д.А., Камалдинов М.Р., Цинкер М.Ю., Чигвицев В.М., Бабина С.В., Кучуков А.И. Каскадная модель для оценки и прогнозирования предотвращенных потерь здоровью в результате контрольно-надзорной деятельности Роспотребнадзора // Здоровье населения и среда обитания. 2023. Т. 31. № 11. С. 27–36. DOI: 10.35627/2219-5238/2023-31-11-27-36.
2. Васильева Т.П., Ларионов А.В., Русских С.В., Зудин А.Б., Васюнина А.Е., Васильев М.Д. Методические подходы к измерению общественного здоровья как медико-социального ресурса и потенциала общества // Здоровье населения и среда обитания. 2022. Т. 30. № 11. С. 7–15. DOI: 10.35627/2219-5238/2022-30-11-7-15.
3. Смелов П.А. Теоретические подходы к статистической оценке характеристики здоровья населения // Врач-аспирант. 2015. № 2.1 (69). С. 170–177. URL: <http://www.sbook.ru/vrasp/contents/va15691sd.pdf> (дата обращения: 02.09.2025).
4. Медик В.А., Токмачев М.С. Математическая статистика в медицине в 2 т. Т. 1: учебное пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2023. 471 с. ISBN: 978-5-534-07590-8.
5. Кулак А.Г. Обоснование методики моделирования интегральной оценки здоровья для пространственных и динамических сопоставлений // Новые горизонты – 2015: сборник материалов Белорусско-Китайского молодежного инновационного форума (Минск, 26–27 ноября 2015 г.). Минск: БНТУ, 2015. С. 107–109. [Электронный ресурс]. URL: <https://rep.bntu.by/handle/data/40866> (дата обращения: 21.10.2025).
6. Мешечкин В.В., Богатырева Н.И. Математическое моделирование задачи повышения уровня здоровья населения Кемеровской области с применением интегрального показателя // Вестник КемГУ. 2011. № 3 (47). С. 76–85. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/mathematischeskoe-modelirovaniye-zadachi-povysheniya-urovnya-zdorovyya-naseleniya-ukemetrovskoy-oblasti-s-primeneniem-integralnogo/viewer> (дата обращения: 21.10.2025).
7. Кирьянов Б.Ф., Токмачев М.С. Математические модели в здравоохранении: монография. Великий Новгород: НовГУ им. Ярослава Мудрого, 2009. 305 с. ISBN 978-5-89896-357-6.
8. Кулак А.Г. Статистическая оценка и сравнительный анализ здоровья населения в регионах // Приложение математики в экономических и технических исследованиях. Магнитогорск: Издательство МГТУ им. Г.И. Носова, 2016. № 1 (6). С. 79–88. EDN: WAICKR.
9. Diewert W Erwin and Alice O Nakamura iIndex number concepts, measures and decompositions of productivity growth // Journal of Productivity Analysis. 2003. Vol. 19 (2). P. 127–159. DOI: 10.1023/A:1022897231521.
10. Трофимова Е.А., Кисляк Н.В., Гилёв Д.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / под общ. ред. Е.А. Трофимовой. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2018. 160 с. ISBN 978-5-7996-2317-3.
11. Подиновский В.В., Потапов М.А. Чувствительности решений многокритериальных задач по параметрическим частным отношениям предпочтения // Автоматика и телемеханика. 2019. № 7. С. 142–154. DOI: 10.1134/S0005231019070079.
12. Кулак А.Г. Статистический анализ и моделирование показателей здоровья населения Республики Беларусь: автореф. дис. ... канд. экон. наук. Минск, 2010. 26 с.
13. Макарова И.Л. Анализ методов определения весовых коэффициентов в интегральном показателе общественного здоровья // Символ науки. 2015. № 7. С. 87–94. EDN: UCVXVR.
14. Макарова И.Л. Определение интегрального показателя общественного здоровья // Новое слово в науке: перспективы развития. 2016. № 4–2 (10). С. 128–139. EDN: XRIDPD.
15. Алферьев Д.А., Кремин А.Е., Родионов Д.Г., Величенкова Д.С. К методологии проверки интегральных оценок социально-экономических объектов // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2021. Т. 14. № 6. С. 86–106. DOI: 10.15838/esc. 2021.6.78.5.

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest: The authors declare that there is no conflict of interest.