

УДК 532.516:532.517

О ВОЗМОЖНОСТИ СИНХРОНИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТЕЙ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Сенницкий В.Л.

*ФГБУН Институт гидродинамики имени М.А. Лаврентьева Сибирского отделения
Российской академии наук, Новосибирск;
Новосибирский государственный университет, Новосибирск,
e-mail: sennitskii@yandex.ru*

В работе поставлена и решена новая задача о движении гидромеханической системы при периодических по времени воздействиях. Система состоит из вязкой жидкости и двух твердых тел – стенки и пластины. Жидкость заполняет промежуток между твердыми телами. Стенка совершает заданное колебательное движение; пластина является свободной (движение пластины не задано, подлежит определению). На пластину оказывается внешнее периодическое силовое воздействие. Постановка задачи включает в себя уравнение движения пластины, уравнение Навье – Стокса и условия на твердых границах жидкости. Найдено точное решение задачи. Рассмотрен вопрос о возможности синхронизации движения твердых частей гидромеханической системы посредством внешнего периодического силового воздействия на систему. Получены формулы, которыми определяются условия, при выполнении которых синхронность движения имеется или отсутствует. Обнаружено, что при наличии синхронности свободная твердая часть гидромеханической системы (пластина) может совершать движение различных типов (с различными скоростями). Результаты работы могут использоваться при подготовке и проведении направленных экспериментальных исследований динамики гидромеханических систем при периодических воздействиях, в исследованиях в области технических наук, связанных с проблемами механики жидкости, а также при разработке и создании аппаратов, устройств, содержащих жидкость и твердые тела, совершающие периодическое движение.

Ключевые слова: вязкая жидкость, твердые тела, периодическое воздействие, синхронизация движения

ON THE POSSIBILITY OF A MOTION SYNCHRONIZATION OF SOLID PARTS OF A HYDRO-MECHANICAL SYSTEM WITH A VISCOUS LIQUID

Sennitskiy V.L.

*Lavrentev Institute of Hydrodynamics Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk;
Novosibirsk State University, Novosibirsk, e-mail: sennitskii@yandex.ru*

The new problem is formulated and solved in the work on the motion of a hydro-mechanical system under periodic in time influences. The system consists of a viscous liquid and two solid bodies – a wall and a plate. The liquid fills the space between the solid bodies. The wall fulfills a given oscillational motion; the plate is free (the motion of the plate is not prescribed, it requires to be determined). The plate undergoes an external periodic force influence. The formulation of the problem includes the equation of the plate motion, the equation of Navier–Stokes and conditions at the solid boundaries of the liquid. The exact solution of the problem is found. The question is considered on the possibility of a synchronization of the motion of the solid parts of the hydro-mechanical system by an external periodic force influence to the system. The formulas are obtained that determine the conditions under fulfilling of which the synchronicity of the motion is present or is absent. It is revealed that under the presence of the synchronicity the free solid part of the hydro-mechanical system (the plate) is able to perform its motion by various types (by various velocities). The results of the work can be used under a preparation and an implementation of directed experimental investigations of the dynamics of hydro-mechanical systems under periodic influences, for investigations in the field of technical sciences connected with the problems of fluid mechanics and also under development and creation of instruments, devices which contain a liquid and solid bodies that fulfill a periodic motion.

Keywords: viscous liquid, solid bodies, periodic influence, motion synchronization

Введение

Одним из актуальных и перспективных направлений исследований в механике жидкости является изучение динамики гидромеханических систем при периодических по времени воздействиях. Актуальность и перспективность данного научного направления обусловлены наличием у результатов проводимых исследований фундамен-

тального и прикладного содержания, тем, что периодические воздействия способны качественным образом влиять на динамику гидромеханических систем, быть средством управления системами [1], а также возможностью использования получаемых результатов при организации актуальных направленных исследований, при поиске инновационных подходов к решению актуальных

научных и технических проблем, в частности проблем аэрокосмической техники, тонкой химии, экологии [2–4]. Состояние исследований в рассматриваемом направлении характеризуется работами [5, 6].

К числу важных современных научно-технических задач с очевидностью относится задача синхронизации движения составных частей механических систем. Отклонения от синхронности могут качественным образом отражаться на динамике систем. В настоящей работе начато изучение вопросов, касающихся синхронизации движения в гидромеханических системах. Поставлена и решена новая задача о движении гидромеханической системы с вязкой жидкостью при периодических воздействиях.

Целью исследования является решение вопроса о возможности синхронизации движения свободной твердой части гидромеханической системы с вязкой жидкостью (часть системы, движение которой не задано, подлежит определению) и твердой части системы, совершающей заданное периодическое движение посредством внешнего периодического силового воздействия на систему (на свободную твердую часть системы).

Постановка и решение задачи

Имеется гидромеханическая система, состоящая из вязкой несжимаемой жидкости и абсолютно твердых тел – стенки η и однородной пластины ξ . Стенка η ограничена плоскостью, перпендикулярной к оси X инерциальной прямоугольной системы координат X, Y, Z , и пересекающей ось X в точке $X = 0$. Пластина ξ ограничена плоскостями, перпендикулярными к оси X и пересекающими ось X в точках $X = A, X = B$ ($A > 0, B > A$ – постоянные). Жидкость заполняет область $\Omega: 0 < X < A; -\infty < Y < \infty; -\infty < Z < \infty$. Стенка η совершает заданное движение со скоростью $U = Ue$, периодически с периодом T изменяющейся со временем t ($e = \{0, 1, 0\}$; $U = \tilde{U} \sin(2\pi t/T)$; $\tilde{U} > 0$ – постоянная). Пластина ξ подвергается силовому воздействию со стороны жидкости и внешнему силовому воздействию, периодически с периодом T изменяющемуся со временем. Вследствие оказываемых силовых воздействий пластина ξ движется со скоростью $W = We$, которую необходимо найти. Скорость жидкости V и давление в жидкости P не зависят от координат Y, Z . Требуется определить периодическое по времени движение гидромеханической системы (свободных частей гидромеханической системы – жидкости и пластины ξ).

Пусть $\tau = t/T$; $x = X/A$; ρ – плотность жидкости; ξ' – абсолютно твердое тело, (ка-

кая-либо) часть пластины ξ , заполняющая в (какой-либо) момент времени $t = t'$ область $A < X < B, Y^* < Y < Y^* + D_Y, Z^* < Z < Z^* + D_Z$ ($Y^*, Z^*, D_Y > 0, D_Z > 0$) – постоянные);

ρ' – плотность тела ξ' (пластины ξ);

$m = \rho'(B-A) D_Y D_Z$ – масса тела ξ' ;

$u = TU/A = ue$; $v = TV/A = v(x, \tau)e$;

$p = T^2 P / (\rho A^2) = p(x, \tau)$; $w = TW/A = we$;

ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости; $Re = A^2 / (\nu T)$ – число Рейнольдса; $\kappa = \rho A / [\rho'(B-A)]$; $F_{liq} = F_{liq}e$ – сила, действующая на тело ξ' со стороны жидкости;

$f_{liq} = T^2 F_{liq} / (mA) = -(\kappa / Re) (\partial v / \partial x)|_{x=1}$;

$F_{ext} = F_{ext}e$ – внешняя сила, действующая на тело ξ' ;

$$f_{ext} = T^2 F_{ext} / (mA) =$$

$$= T^2 \tilde{F} / (mA) \sin(2\pi\tau + \varphi) = \tilde{f} \sin(2\pi\tau + \varphi)$$

($\tilde{f} > 0, 0 \leq \varphi < 2\pi$ – параметры).

Задачу о движении гидромеханической системы составляют уравнение движения пластины ξ (тела ξ'), уравнение Навье – Стокса и условия на твердых границах жидкости

$$\frac{dw}{d\tau} = f_{liq} + f_{ext}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta v \quad \text{в } \Omega; \quad (2)$$

$$v = u \quad \text{при } x = 0; \quad (3)$$

$$v = w \quad \text{при } x = 1. \quad (4)$$

Из (2)–(4) следует

$$p = p(\tau); \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad \text{в } \Omega; \quad (6)$$

$$v = u \quad \text{при } x = 0; \quad (7)$$

$$v = w \quad \text{при } x = 1. \quad (8)$$

Сделаем в (6)–(8) подстановку

$$v = \text{Real}(\tilde{v} e^{2\pi i \tau}), \quad w = \text{Real}(\tilde{w} e^{2\pi i \tau}), \quad (9)$$

где $\tilde{v}$ – функция x ; $\tilde{w}$ – постоянная. Используя полученные в результате этого соотношения, определим задачу

$$q^2 \tilde{v} = \frac{d^2 \tilde{v}}{dx^2} \quad \text{для } 0 < x < 1; \quad (10)$$

$$\tilde{v} = -i\tilde{u} \quad \text{при } x = 0; \quad (11)$$

$$\tilde{v} = \tilde{w} \quad \text{при } x = 1. \quad (12)$$

Здесь $q = (1 + i)\sqrt{\pi Re}$; $\tilde{u} = (T\tilde{U})/A$. Решая уравнение (10), найдем

$$\tilde{v} = \alpha e^{qx} + \beta e^{-qx}, \quad (13)$$

где α, β – постоянные. Из (11)–(13) следует

$$\alpha = \frac{\tilde{w} + i\tilde{u}e^{-q}}{2shq}, \quad \beta = -\frac{\tilde{w} + i\tilde{u}e^q}{2shq}. \quad (14)$$

Используя (13), (14) получим

$$\tilde{v} = \frac{\tilde{w}shqx + i\tilde{u}shq(x-1)}{shq}. \quad (15)$$

Согласно (1), (9), (15) имеем

$$\tilde{w} = -i\frac{\kappa q \tilde{u} + Re(shq)e^{i\varphi}\tilde{f}}{q(qshq + \kappa chq)}. \quad (16)$$

Формулами (5), (9), (15), (16) определяется точное решение задачи (1)–(4).

Обратимся к вопросу о возможности синхронизации движения твердых частей гидромеханической системы посредством внешнего силового воздействия на систему (на свободную твердую часть системы – пластину ξ). Представим комплексную амплитуду $\tilde{w}$ в виде

$$\tilde{w} = |\tilde{w}|e^{i\psi}, \quad (17)$$

где ψ – аргумент амплитуды

$$\tilde{w} (\sin \psi = \text{Imag } \tilde{w} / |\tilde{w}|, \cos \psi = \text{Real } \tilde{w} / |\tilde{w}|).$$

Из (9), (17) следует

$$w = |\tilde{w}| \cos(2\pi\tau + \psi). \quad (18)$$

Синхронность движения пластины ξ и стенки η состоит в том, что при любом значении τ имеет место равенство

$$\cos(2\pi\tau + \psi) = \sin 2\pi\tau.$$

Данное равенство (для любого τ) выполняется тогда и только тогда, когда выполняются соотношения

$$\begin{aligned} \text{Imag } \tilde{w} / |\tilde{w}| &= \sin \psi = -1, \\ \text{Real } \tilde{w} / |\tilde{w}| &= \cos \psi = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Пусть значения Re велики по сравнению с единицей. Используя (16), получим

$$\begin{aligned} \tilde{w} &\sim -\frac{\tilde{f}e^{i\varphi}}{2\pi}, \quad \sin \psi \sim -\sin \varphi, \\ \cos \psi &\sim -\cos \varphi \quad \text{при } Re \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (20)$$

Согласно (18)–(20) при больших Re имеет место следующее. Пластина ξ и стенка η

движутся синхронно, если «управляющий» параметр φ удовлетворяет условию

$$\varphi = \pi/2 \quad (21)$$

(если $\varphi \neq \pi/2$ синхронность отсутствует). При выполнении (21) синхронное (с движением стенки η) движение пластины ξ происходит со скоростью

$$w = \frac{\tilde{f}}{2\pi} \sin 2\pi\tau$$

(амплитуда скорости пластины ξ зависит от «управляющего» параметра $\tilde{f}$). Внешнее силовое воздействие, обеспечивающее синхронность движения пластины ξ и стенки η , определяется формулой

$$f = \tilde{f} \cos 2\pi\tau.$$

Пусть значения $Re > 0$ малы по сравнению с единицей. Используя (16), пренебрегая величинами, малыми по сравнению с Re , получим

$$\tilde{w} \sim -i\tilde{u} \left\{ 1 + \left[\frac{\tilde{f}e^{i\varphi}}{\tilde{u}} - i\pi(\kappa + 2) \right] \frac{Re}{\kappa} \right\},$$

$$\sin \psi \sim -1,$$

$$\cos \psi \sim \left[\tilde{f} \sin \varphi - \pi\tilde{u}(\kappa + 2) \right] \frac{Re}{\kappa\tilde{u}} \quad \text{при } Re \rightarrow 0. \quad (22)$$

Согласно (18), (19), (22) при малых Re имеет место следующее.

1. В нулевом приближении (при учете только слагаемых, не зависящих от Re) пластина ξ и стенка η движутся синхронно, независимо от того, какова сила f_{ext} (независимо от значений параметров $\tilde{f}, \varphi$).

2. В первом приближении (при учете наряду со слагаемыми, не зависящими от Re , также слагаемых, пропорциональных Re) пластина ξ и стенка η движутся синхронно или несинхронно в зависимости от значений «управляющих» параметров $\tilde{f}, \varphi$. При выполнении соотношения $\pi(\kappa + 2)\tilde{u} / \tilde{f} > 1$ синхронность движения невозможна. Для значений «управляющего» параметра $\tilde{f}$, при которых выполняется соотношение $\pi(\kappa + 2)\tilde{u} / \tilde{f} \leq 1$, пластина ξ и стенка η движутся синхронно, если «управляющий» параметр φ удовлетворяет условию

$$\sin \varphi = \pi \frac{(\kappa + 2)\tilde{u}}{\tilde{f}} \quad (23)$$

(если $\sin \varphi \neq \pi(\kappa + 2)\tilde{u} / \tilde{f}$, синхронность отсутствует). При выполнении (23) возможна реализация синхронного (с движением

стенки η) движения пластины ξ со следующими скоростями

$$w = \tilde{u} \left(1 + \frac{\tilde{f}}{\varkappa \tilde{u}} K \operatorname{Re} \right) \sin 2\pi\tau \quad \text{для } 0 < \varphi < \pi/2;$$

$$w = \tilde{u} \left(1 - \frac{\tilde{f}}{\varkappa \tilde{u}} K \operatorname{Re} \right) \sin 2\pi\tau \quad \text{для } \pi/2 < \varphi < \pi;$$

$$w = \tilde{u} \sin 2\pi\tau \quad \text{для } \varphi = \pi/2,$$

где

$$K = \frac{1}{\tilde{f}} \sqrt{\tilde{f}^2 - \pi^2 (\varkappa + 2)^2 \tilde{u}^2}.$$

Внешнее силовое воздействие, обеспечивающее синхронность движения пластины ξ и стенки η , определяется формулами

$$f = \tilde{f} \left[K \sin 2\pi\tau + \pi \frac{(\varkappa + 2) \tilde{u}}{\tilde{f}} \cos 2\pi\tau \right]$$

$$\text{для } 0 < \varphi < \pi/2;$$

$$f = \tilde{f} \left[-K \sin 2\pi\tau + \pi \frac{(\varkappa + 2) \tilde{u}}{\tilde{f}} \cos 2\pi\tau \right]$$

$$\text{для } \pi/2 < \varphi < \pi;$$

$$f = \tilde{f} \cos 2\pi\tau \quad \text{для } \varphi = \pi/2.$$

Заключение

Рассмотрена новая задача о движении гидромеханической системы с вязкой жидкостью. Найдено точное решение задачи. Установлена возможность осуществления синхронизации периодического движения твердых частей гидромеханической системы посредством внешнего периодического

силового воздействия на систему. Обнаружено, что при наличии синхронности движение свободной твердой части системы может происходить с различными скоростями. Полученные результаты могут использоваться, в частности, в исследованиях прикладного характера, касающихся динамики гидромеханических систем.

Список литературы

1. Сенницкий В.Л. Парадоксальное движение жидкости // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2017. № 8 (1). С. 28–33. DOI: 10.17513/mjprfi.11753.
2. Серегина М.А., Модорский В.Я., Черепанов И.Е., Бабушкина А.В. Численное моделирование распространения волны в прямоугольном канале с препятствиями в связанной постановке // Всероссийская научно-техническая конференция «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации – 2024» (Пермь, 18–20 ноября 2024 г.). Пермь: ПНИПУ, 2024. 241 с. С. 183–184. ISBN 978-5-398-03226-0.
3. Таран О.П. Гидропереработка возобновляемого растительного сырья // Научно-технологический симпозиум «Гидропроцессы в катализе» (Сочи, 3–6 октября 2024 г.). Сборник тезисов. Новосибирск: Институт катализа СО РАН, 2024. 216 с. С. 19–20. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=73805219>. ISBN 978-5-906376-57-2 (дата обращения: 10.04.2025).
4. Севостьянова Н.Т. Синтезы сложных эфиров путем карбонилирования с использованием CO: минимизация образования побочных продуктов в целях повышения экологической безопасности // Международная научно-техническая конференция «Минские научные чтения – 2024» (Минск, 3–5 декабря 2024 г.). Сборник статей в 3-х т. Т. 3. Минск: БГТУ, 2024. 400 с. С. 316–319. URL: https://elib.belstu.by/bitstream/123456789/68845/1/%D0%A1%D0%B5%D0%B2%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C%D1%8F%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%D0%A1%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%B7%D1%8B.pdf (дата обращения: 10.04.2025). ISBN 978-985-897-238-7.
5. Карпунин И.Э., Козлов В.Г. Осцилляционная динамика границы раздела жидкостей в радиальной ячейке Хеле-Шоу // Прикладная механика и техническая физика. 2023. Т. 64. № 3. С. 62–73. DOI: 10.15372/PMTF202215190.
6. Сенницкий В.Л. Особенности динамики вязкой жидкости со свободной границей при периодических воздействиях // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32. № 2. С. 197–208. DOI: 10.18500/0869-6632-003091.